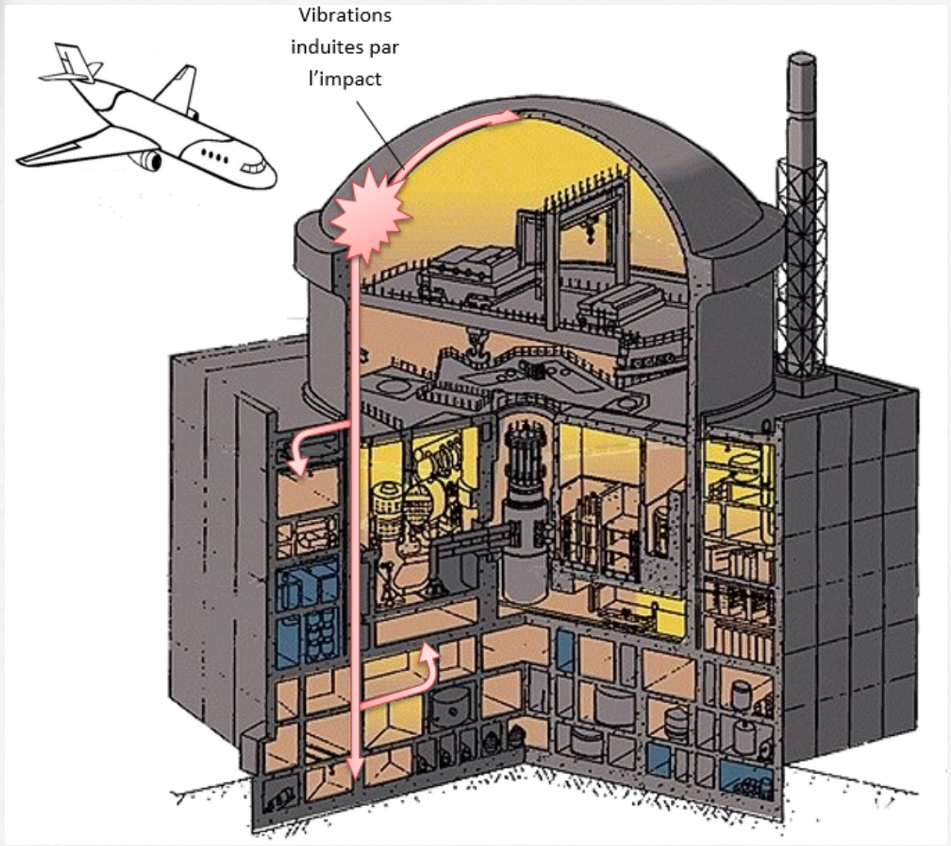
# CALCUL DE L'ÉBRANLEMENT D'UNE STRUCTURE EN BÉTON ARMÉ SOUMISE À UN IMPACT

Fabrice Gatuingt[1], Christophe Rouzaud[1,2,3]
Olivier Dorival[4], Guillaume Hervé[2]

[1]LMT Cachan
[2]ESTP Paris
[3]AREVA
[4]Institut Clément Ader

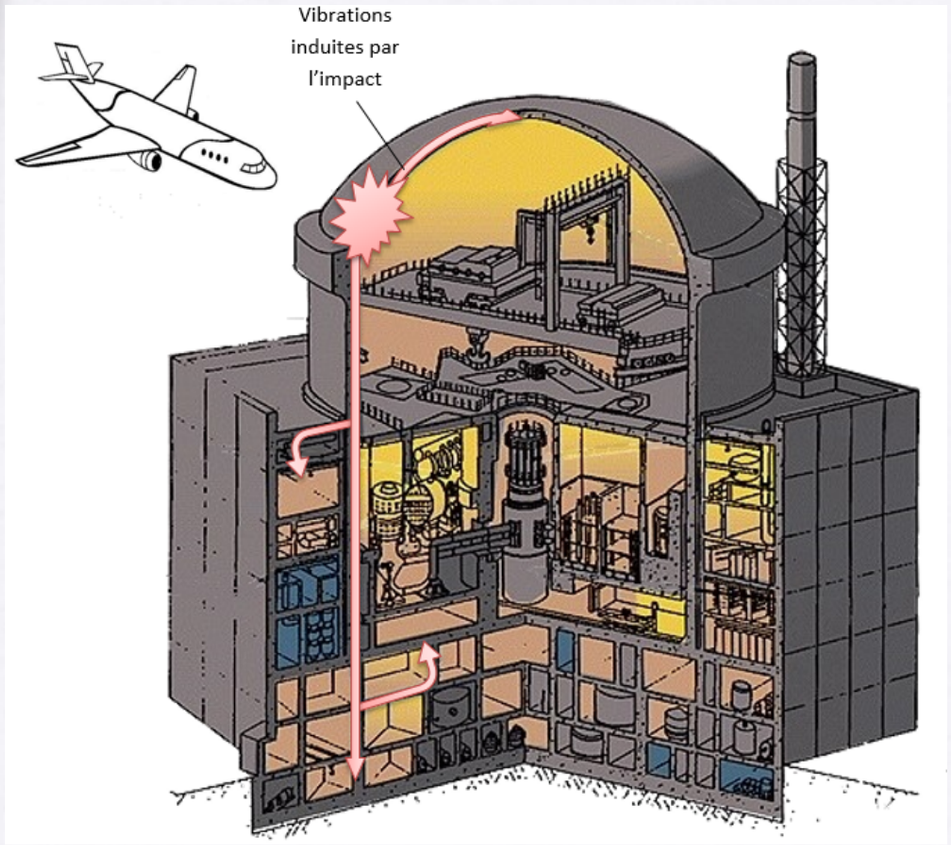
AREVA
l'avenir pour énergie

# MOTIVATIONS



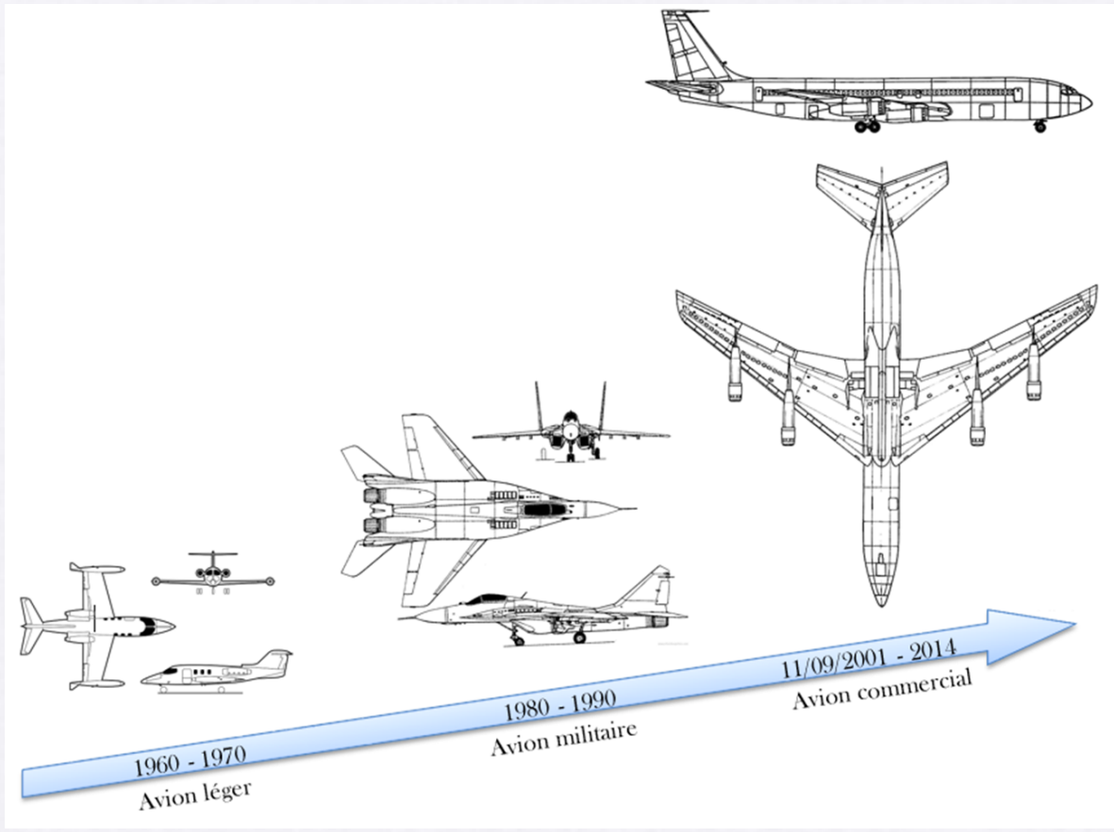

Calcul d'un impact sur structure

# MOTIVATIONS



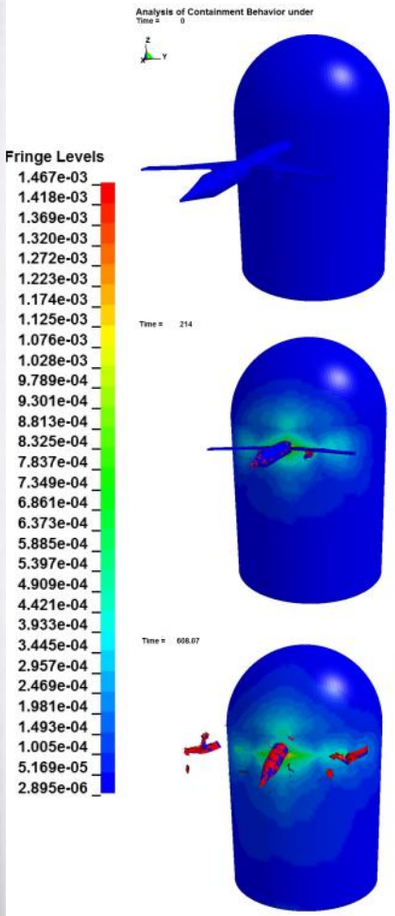

## Calcul d'un impact sur structure

## Historique des« chargements »



# MÉTHODOLOGIES ACTUELLES

## Évaluation de l'ébranlement



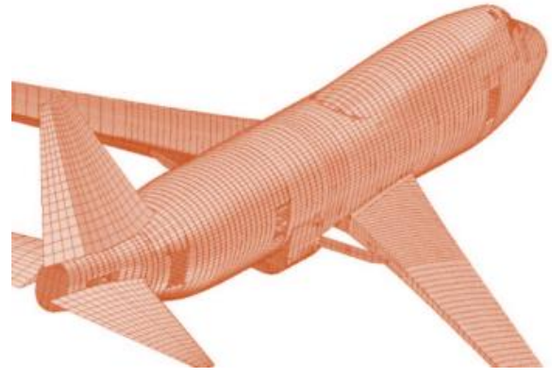

*[Hervé, 2013]*

$$\underline{\underline{M}}\,\underline{\ddot{U}} + \underline{\underline{C}}\,\underline{\dot{U}} + \underline{\underline{K}}\,\underline{U} + \underline{F} = 0$$

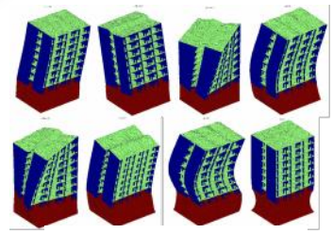
**Décomposition spatiale**

**Décomposition temporelle**
**Intégration directe**

**Décomposition fréquentielle**
**Projection**
**sur base modale**



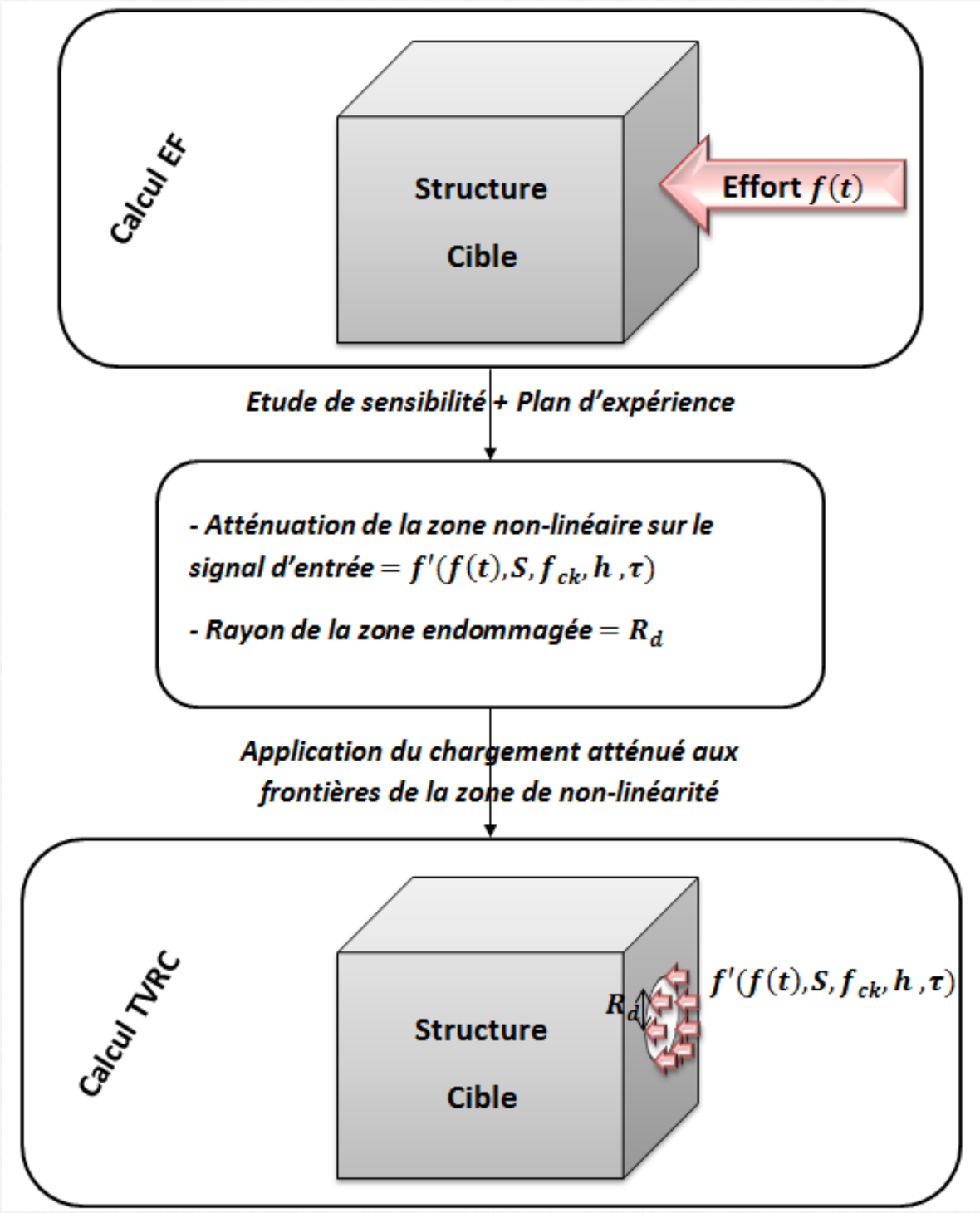
$$\underline{U} = \underline{\overline{U}}e^{i\omega t}$$

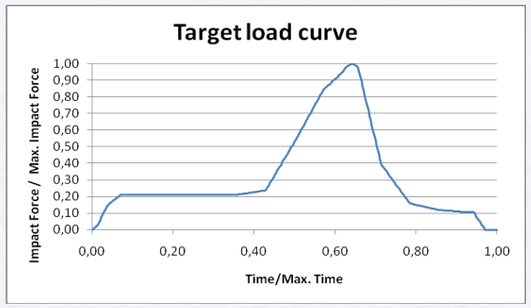


# MÉTHODOLOGIES ACTUELLES

- Analyse du phénomène sur plusieurs secondes
- Contenu fréquentiel important (de 50 à 100 Hz [Hervé 2005])
  - Analyse sur base modale très lourde
  - Intégration directe recommandée mais finesse du maillage importante ➥ temps de calcul très élevé
- Impact localisé sur une partie de la structure ➥ représentation des non-linéarités mais pas en tout point
- Nombreuses analyses en fonction de la configuration de l'agression

# STRATÉGIE DÉVELOPPÉE

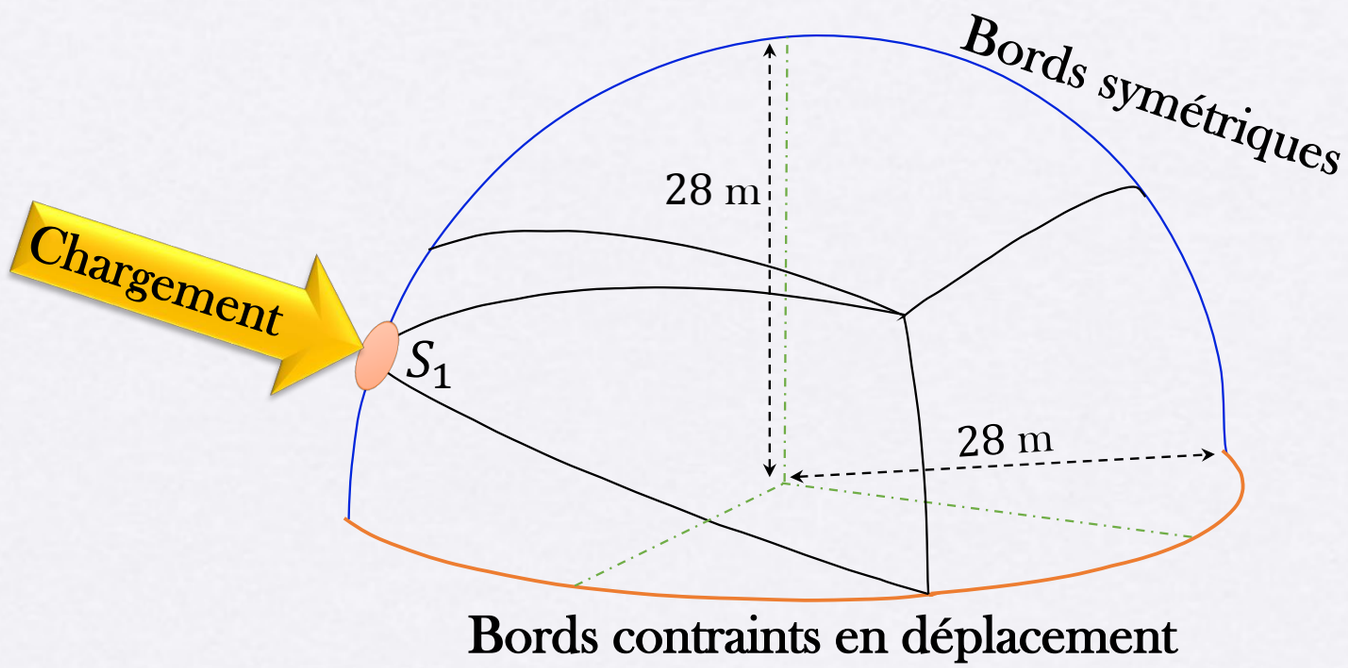



*[Riera, 1980]*

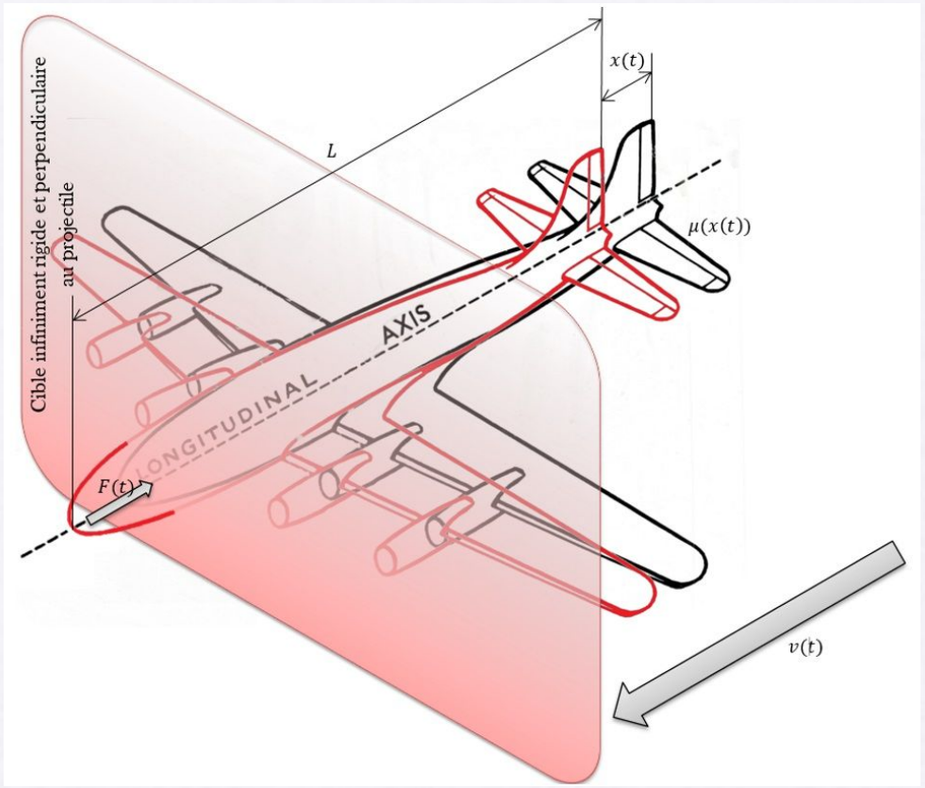
# TRAITEMENT DE LA ZONE D'IMPACT

- Utilisation d'un code EF explicite (LS-Dyna)
  - EF de type coque multicouches : représentation acier et béton
  - Loi de comportement : Mat_Concrete_EC2
- Modélisation du dôme impacté uniquement
  - 10 éléments/longueur d'onde => pour 110 Hz, EF de 40 cm
  - $S_1$ correspond au diamètre du fuselage de l'avion :
    - 12 $m^2$ avion commercial
    - 2 $m^2$ avion militaire



# TRAITEMENT DE LA ZONE D'IMPACT

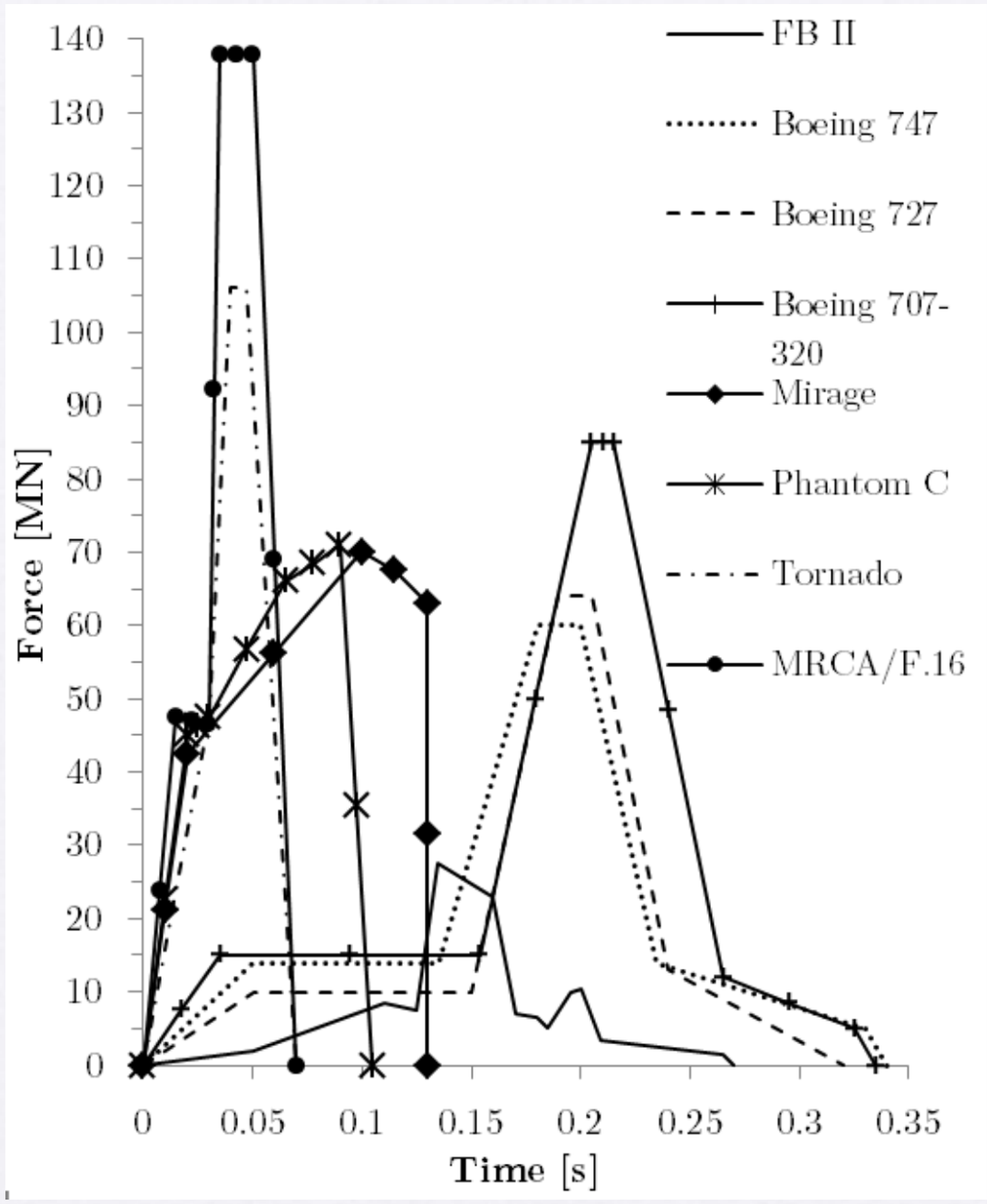
- Signal d'impact : approche de RIERA




$$F(t) = P_f(x(t)) + \mu(x(t))v(t)^2$$

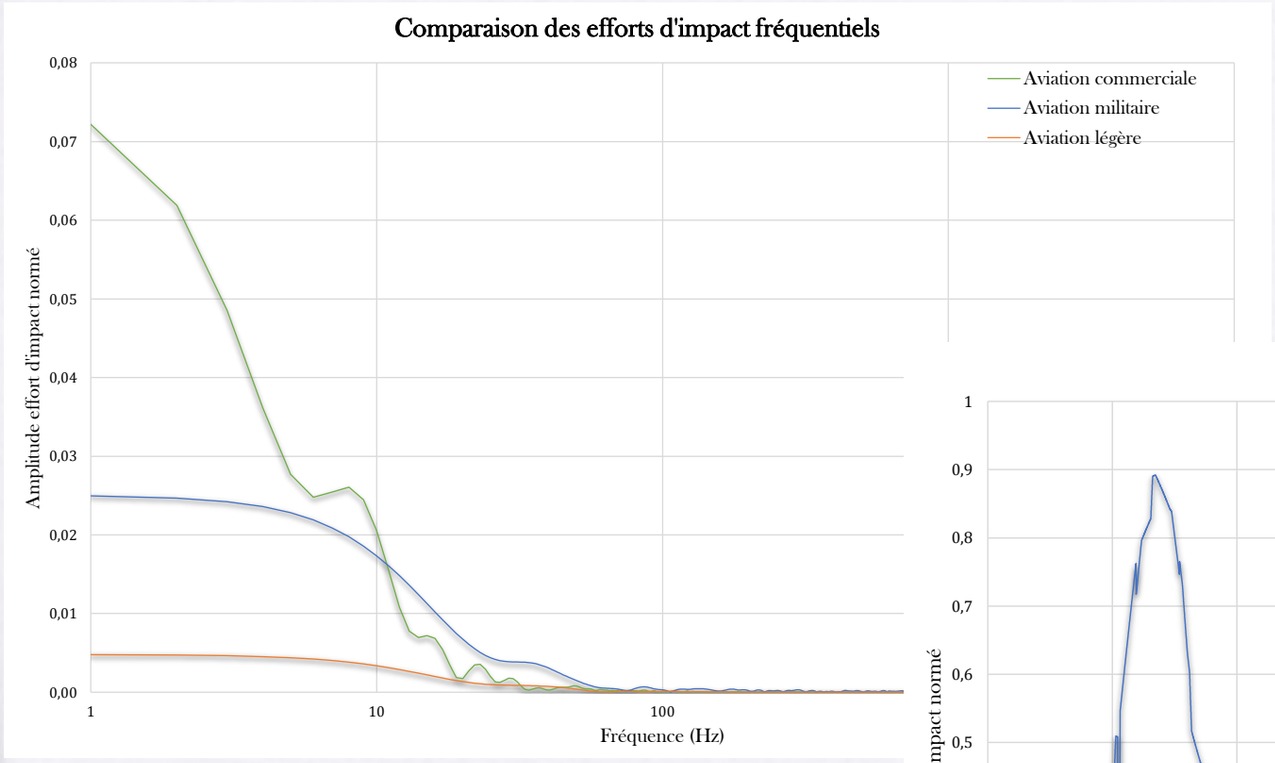
$P_f(x(t))$ force de flambage du fuselage

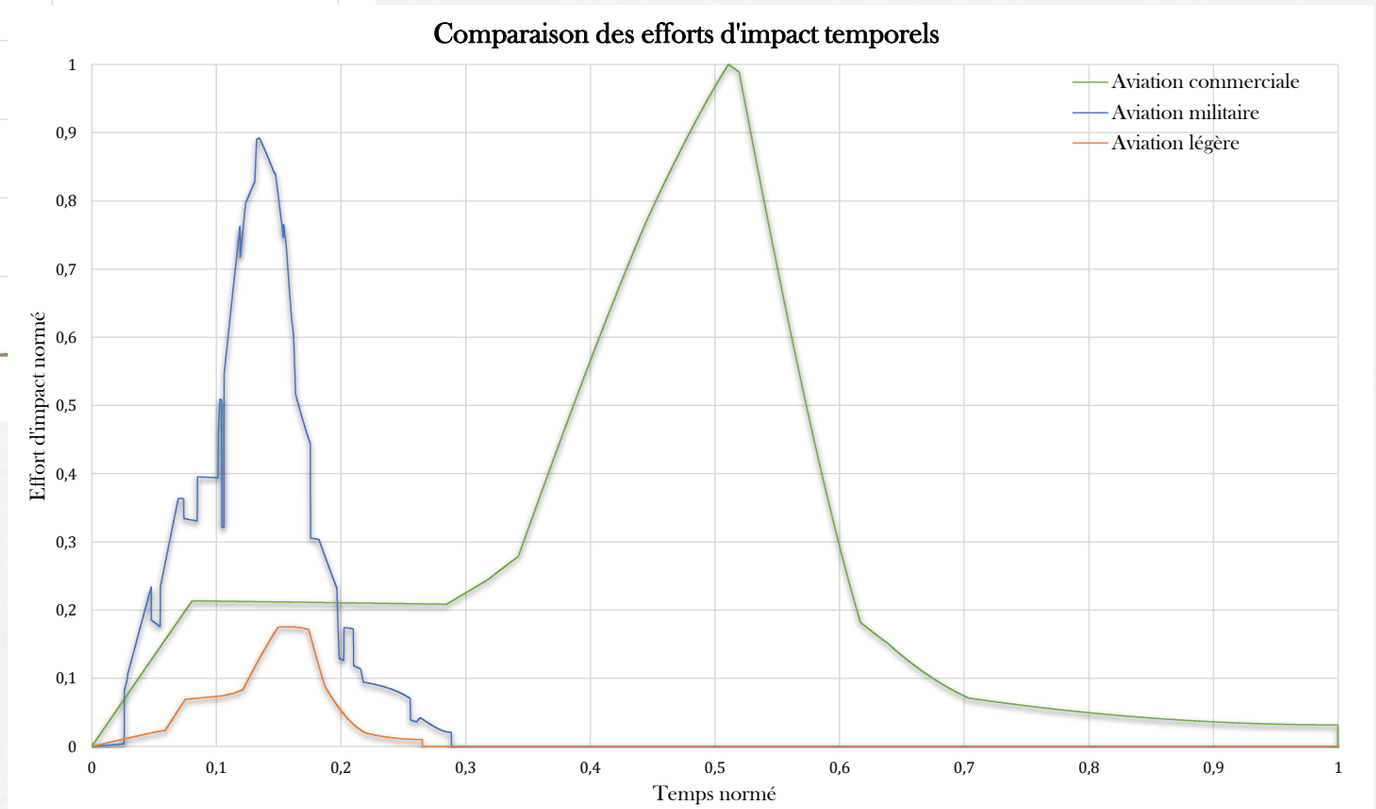
$\mu(x(t))$ distribution des masses de l'avion



# TRAITEMENT DE LA ZONE D'IMPACT

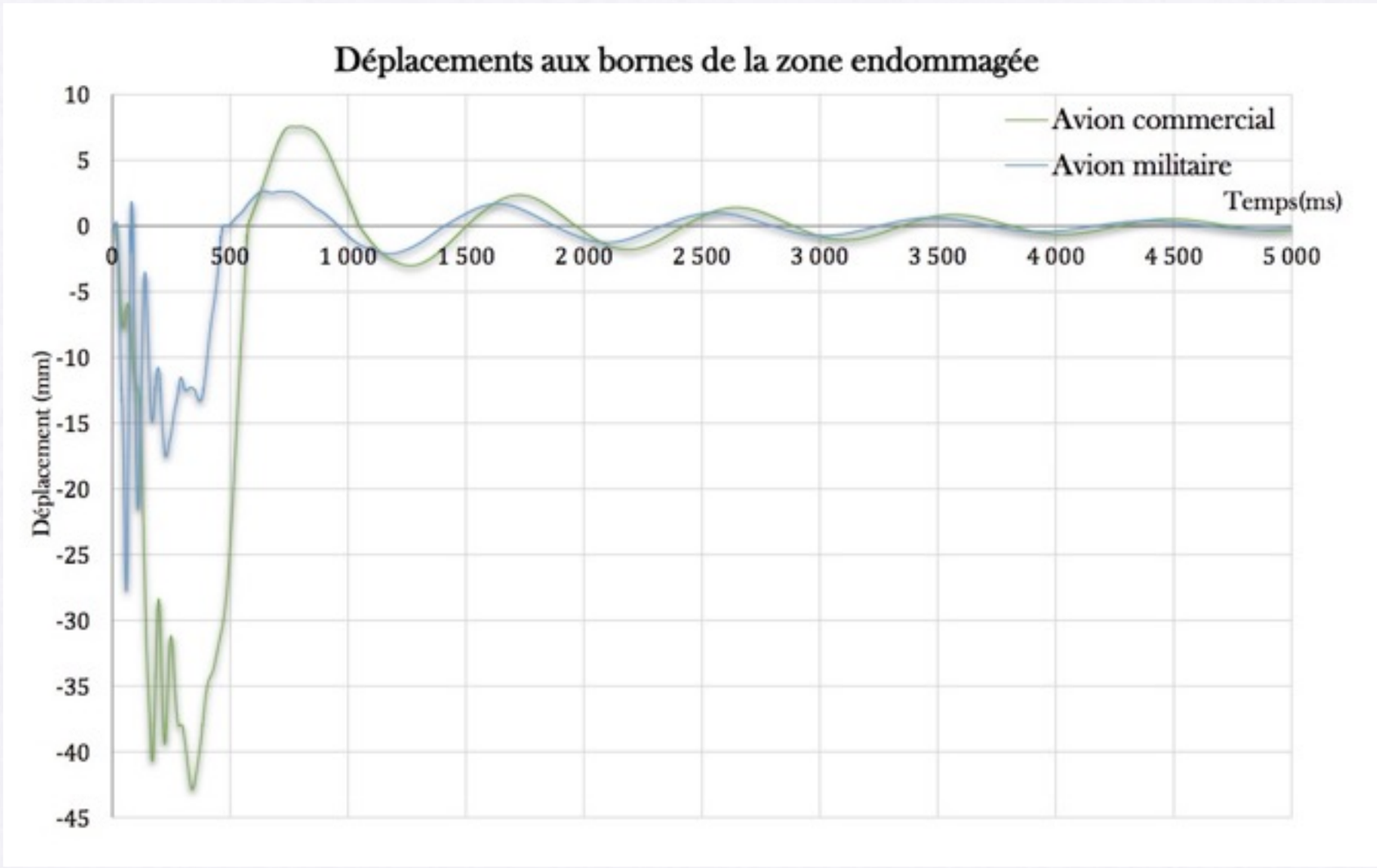
- Signal d'impact : différents types d'avion modélisés
  - Vitesse d'impact comprise entre la vitesse d'atterrissage et la vitesse de croisière de l'appareil.



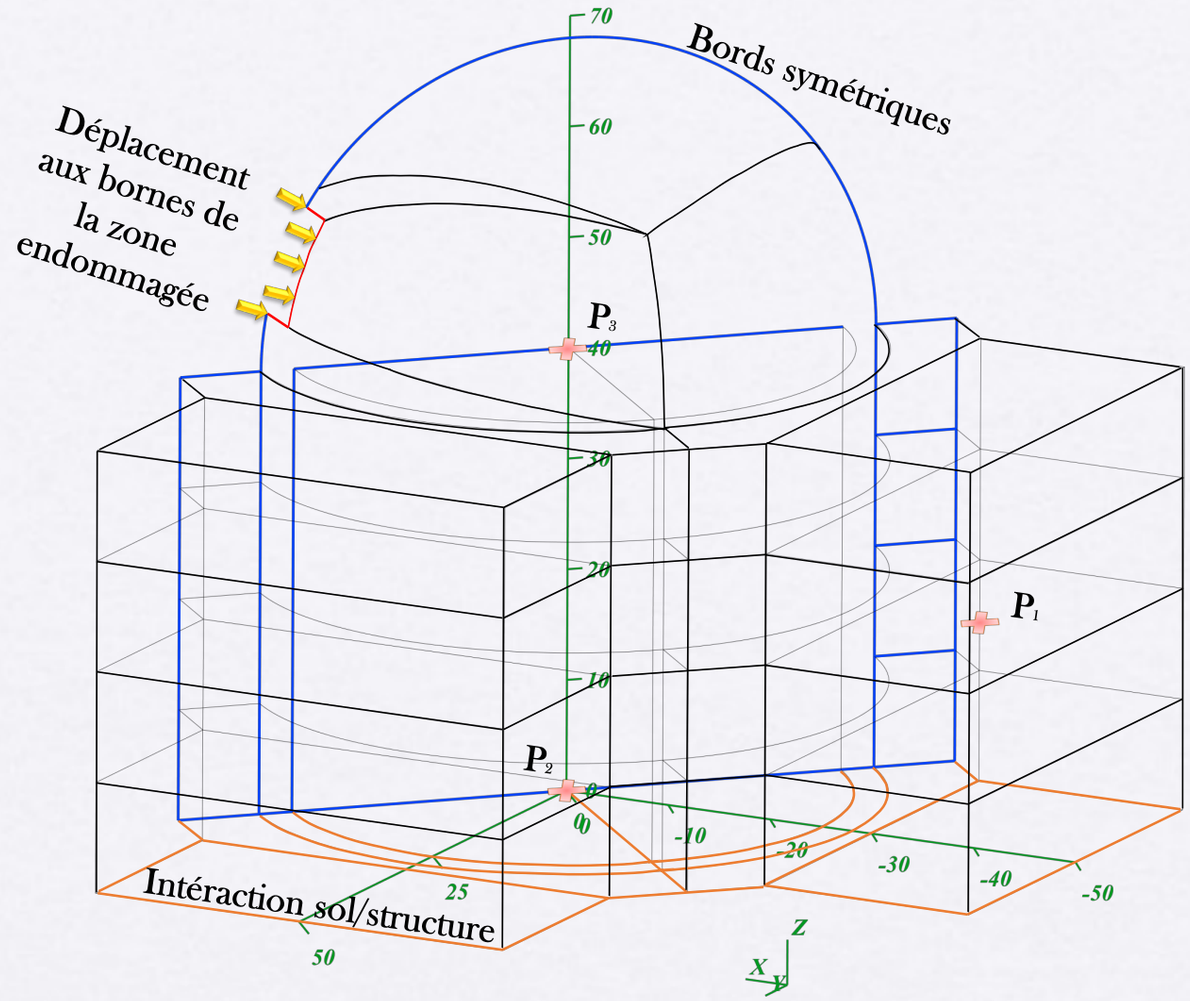
# TRAITEMENT DE LA ZONE D'IMPACT

- Résultats de la simulation numérique
  - Rayon de la zone non-linéaire :
    - 10 m pour avion commercial
    - 5 m pour avion militaire
  - Déplacement obtenu au bord de cette zone



# TRAITEMENT DU RESTE DE LA STRUCTURE

- Application du signal à la partie non endommagée de la structure

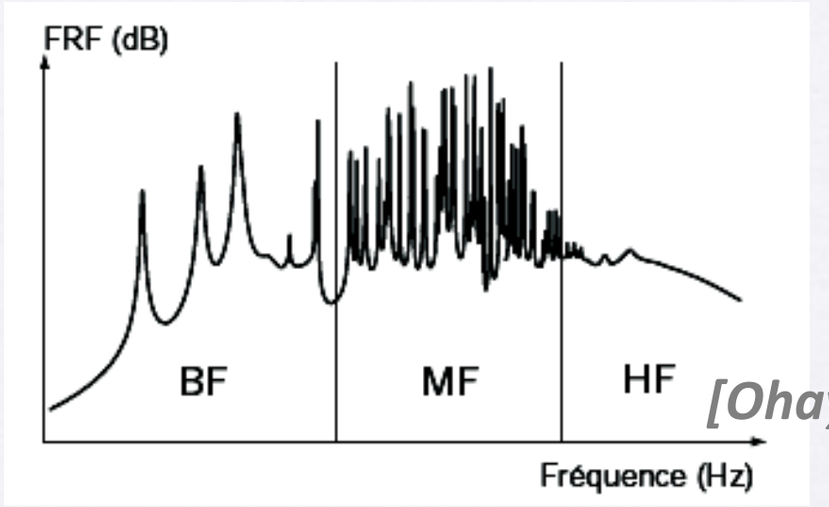



- Utilisation d'une méthode fréquentielle pour la résolution

⇨ TVRC

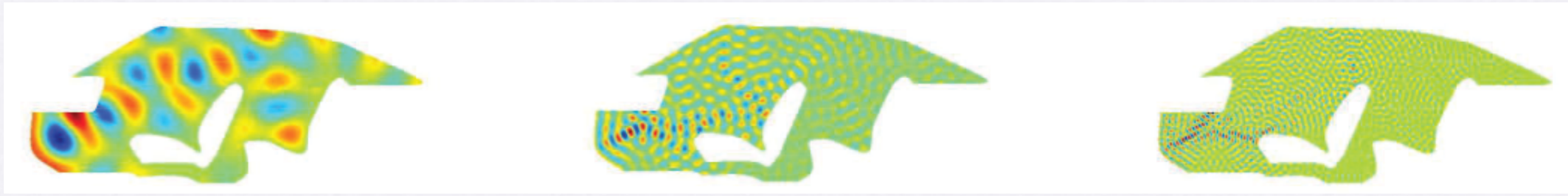
# PRÉSENTATION DE LA TVRC

- Théorie Variationnelle des Rayons Complexes (TVRC)
  - Introduite par Pierre Ladevèze [Ladevèze 1996] et développée lors de nombreuses thèses : [Arnaud, 2000], [Rouch, 2001], [Blanc, 2003], [Riou, 2004], [Chevreuil, 2005], [Dorival, 2006], [Sourcis, 2009], [Kovalesky, 2011], [Bezier, 2012], [Barbarulo, 2012]
  - Alternative aux méthodes classiques pour les moyennes fréquences




*[Ohayon, 1998]*

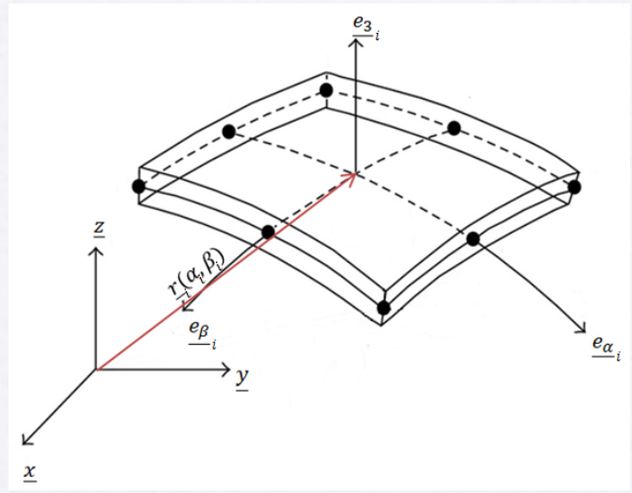
  - Basé sur le code TVRC développé par L. Kovaleski en acoustique



# PRÉSENTATION DE LA TVRC

- Problème de référence (formulation coque)

$$\underline{U}_i(x,y,z) = \underline{u}_i(x,y) + w_i(x,y)\,\underline{e_3}_i + z\underline{\theta}_i$$
$$\underline{\theta}_i(x,y) = -\underline{\underline{grad}}\; w_i(x,y) - \underline{\underline{B}}_i\underline{u}_i(x,y)$$




- Conditions initiales et équations de liaisons

$$\hat{\underline{U}}_i|_{\partial_{\underline{U}_i}\Omega_i} = \hat{\underline{U}}_{id}$$
$$\dot{\hat{\underline{U}}}_i = i\omega\hat{\underline{U}}_i$$

- Équations d'équilibre

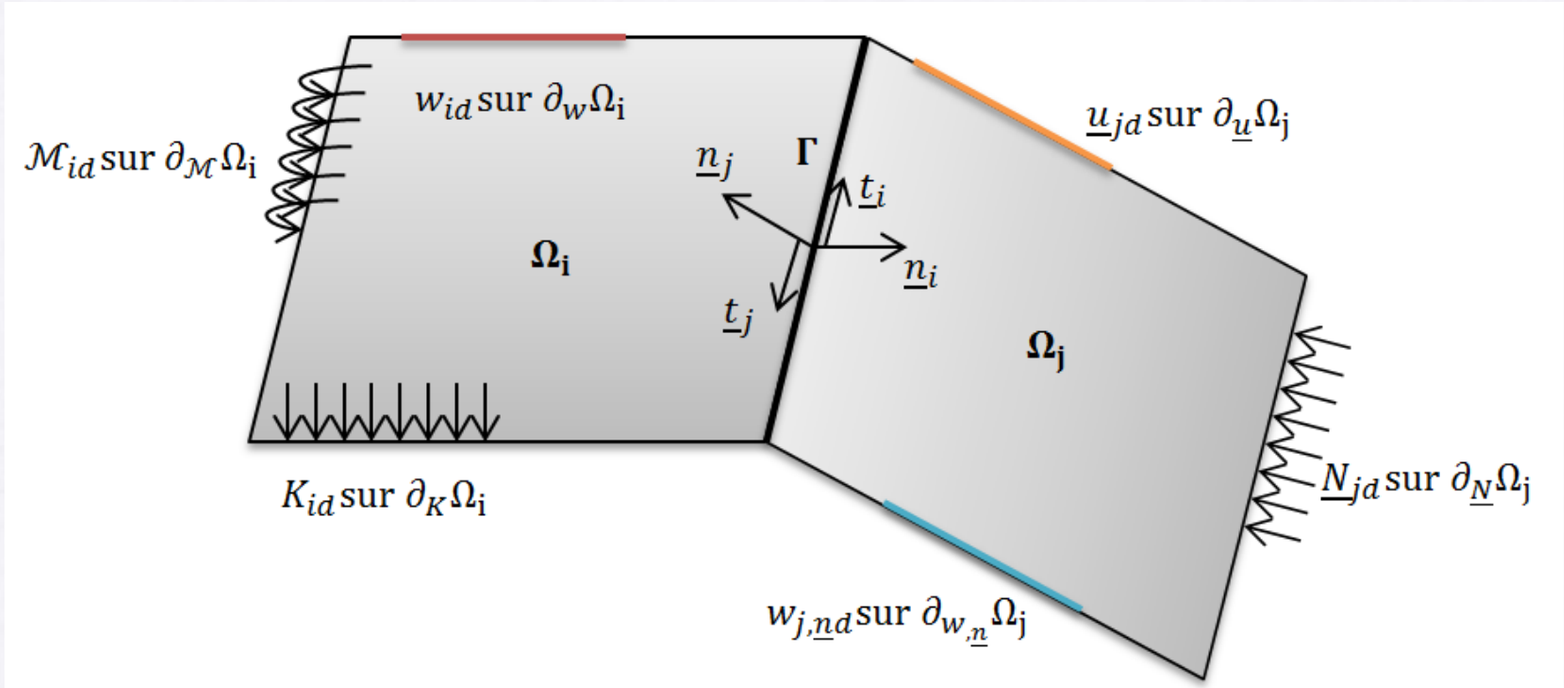
$$\int_{\Omega_i} -\rho_i\omega^2\hat{\underline{U}}_i\hat{\underline{U}}_i^* d\Omega_i = -\int_{\Omega_i}\hat{\underline{\underline{\sigma}}}_i : \underline{\underline{\varepsilon}}_i(\hat{\underline{U}}_i^*)d\Omega_i + \int_{\Omega_i}\hat{\underline{f}}_d\hat{\underline{U}}_i^* d\Omega_i + \int_{\partial_{\underline{F}_i}\Omega_i}\hat{\underline{F}}_{id}\hat{\underline{U}}_i^* dS_i$$

- Relation de comportement

$$(1+i\eta_i)\underline{\underline{\underline{\underline{K}}}}_i : \underline{\underline{\varepsilon}}_i(\hat{\underline{U}}_i)$$

# PRÉSENTATION DE LA TVRC

- Reformulation du problème




| | **Equations du modèle** |
|---|---|
| **Equations vérifiées d'une manière exacte** | - Géométrie<br>- Equilibre local<br>- Relation de comportement |
| **Equations que l'on cherche à vérifier au mieux** | - Conditions aux limites en efforts<br>- Conditions aux limites en déplacements<br>- Equations de liaison entre sous-structures |

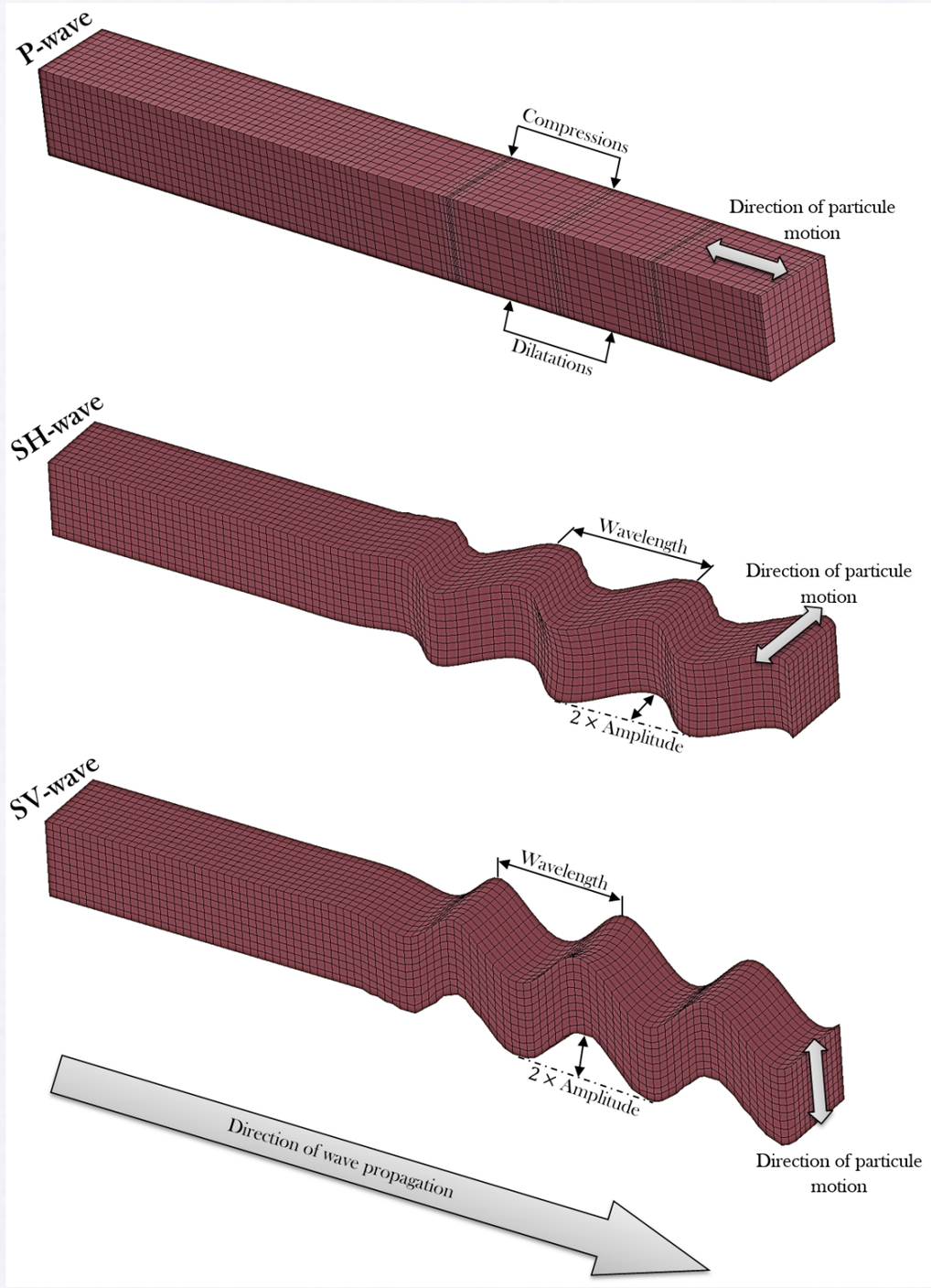
# PRÉSENTATION DE LA TVRC

- Fonction de forme

$$\underline{u_n}\left(\underline{X_i},\underline{Y_i},\underline{P_i}\right) = \underline{u_n}_i\left(\underline{X_i},\underline{P_i}\right)e^{\overrightarrow{P_i}.\underline{Y_i}}$$

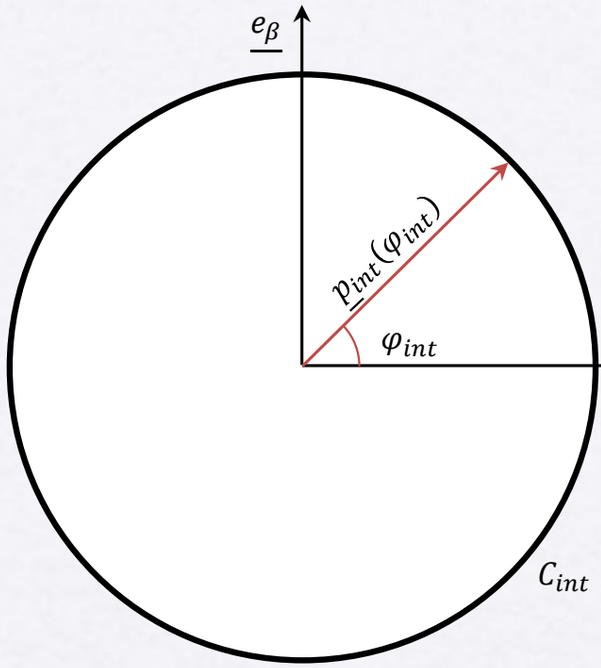
$$w_n\left(\underline{X_i},\underline{Y_i},\underline{P_i}\right) = \underbrace{w_{n_i}\left(\underline{X_i},\underline{P_i}\right)}_{\textbf{Amplitude}}\, e^{\underline{P_i}.\underline{Y_i}}$$

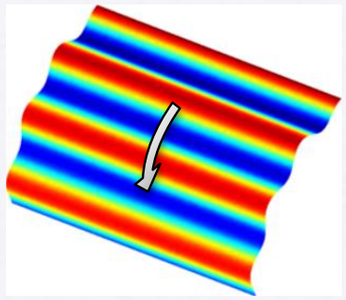
***Direction de propagation***



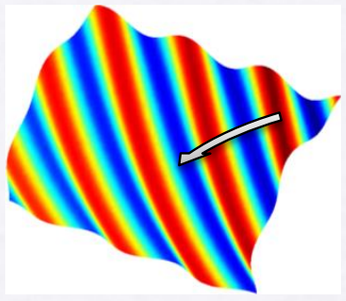
# PRÉSENTATION DE LA TVRC

- Rayons intérieurs

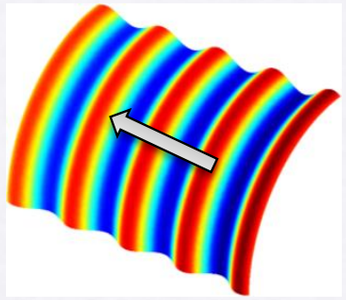


$\varphi_{int} = 0°$

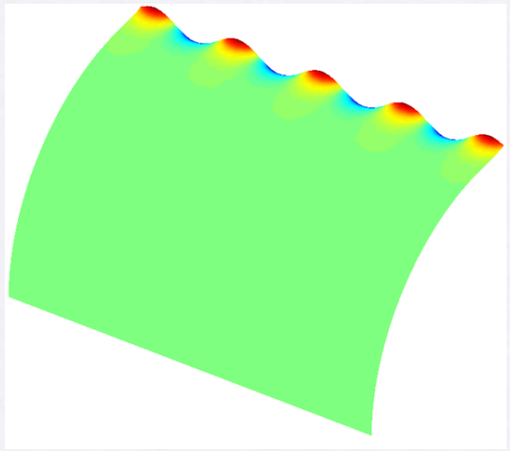


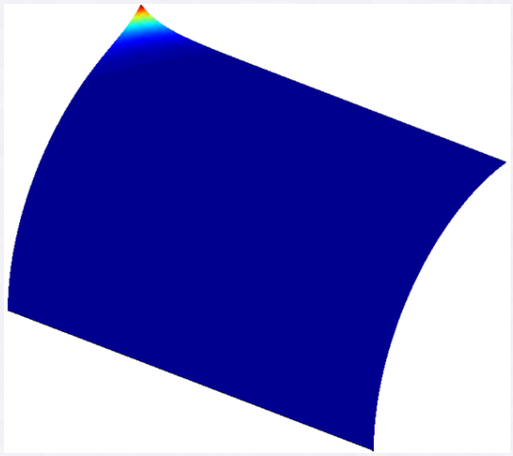
$\varphi_{int} = 45°$



$\varphi_{int} = 90°$

- Rayons de bord et de coin





# PRÉSENTATION DE LA TVRC

- Formulation variationnelle

$$\mathcal{A}\left(\begin{vmatrix} s_1 \\ s_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \delta s_1 \\ \delta s_2 \end{vmatrix}\right) = \mathcal{L}\left(\begin{vmatrix} \delta s_1 \\ \delta s_2 \end{vmatrix}\right)$$

$$\mathcal{A}\left(\begin{vmatrix} s_1 \\ \dots \\ s_n \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \delta s_1 \\ \dots \\ \delta s_n \end{vmatrix}\right)$$

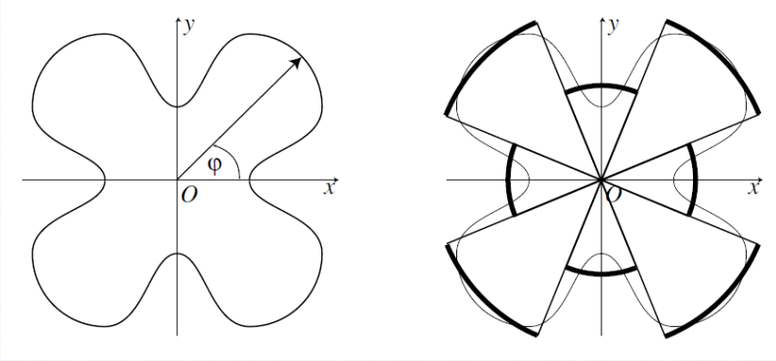
$$= \mathcal{R}e\left\{-i\omega\left[\sum_{i=1}^{n}\int_{\partial_{\underline{u}}\Omega_i} \delta\underline{\underline{\sigma}}_i\underline{n}_i.\underline{U}_i^*\, d\mathcal{S} + \sum_{i=1}^{n}\int_{\partial_{\underline{F}}\Omega_i} \underline{\underline{\sigma}}_i\underline{n}_i.\delta\underline{U}_i^*\, d\mathcal{S}\right.\right.$$

$$\left.\left. + \int_{\Gamma}\left\{\begin{array}{l} \dfrac{n-1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\left(\delta\underline{\underline{\sigma}}_i\underline{n}_i\right).\left(\underline{U}_i\right)^* + \dfrac{1}{n}\sum_{i\neq j}\left(\delta\underline{\underline{\sigma}}_i\underline{n}_i\right).\left(\underline{U}_j\right)^* \\ +\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\left(\underline{\underline{\sigma}}_i\underline{n}_i\right).\left(\delta\underline{U}_i\right)^* - \dfrac{1}{n}\sum_{i\neq j}\left(\underline{\underline{\sigma}}_i\underline{n}_i\right).\left(\delta\underline{U}_j\right)^* \end{array}\right\} d\mathcal{S}\right]\right\}$$

$$\mathcal{L}\left(\begin{vmatrix} \delta s_1 \\ \dots \\ \delta s_n \end{vmatrix}\right) = \mathcal{R}e\left\{-i\omega\left[\sum_{i=1}^{n}\int_{\partial_{\underline{u}}\Omega_i} \delta\underline{\underline{\sigma}}_i\underline{n}_i.\underline{U}_{id}^*\, d\mathcal{S} + \sum_{i=1}^{n}\int_{\partial_{\underline{F}}\Omega_i} \underline{F}_{id}.\delta\underline{U}_i^*\, d\mathcal{S}\right]\right\}$$

# PRÉSENTATION DE LA TVRC

- On aboutit à un système linéaire à résoudre : AX=b
  - X contient les amplitudes de chaque rayon
  - A est la forme discrétisée de la forme bilinéaire
  - b celui de la forme linéaire




- Difficulté numérique ➥ Inversion de la matrice A
  - A est pleine par bloc, à coefficients complexes et non symétriques

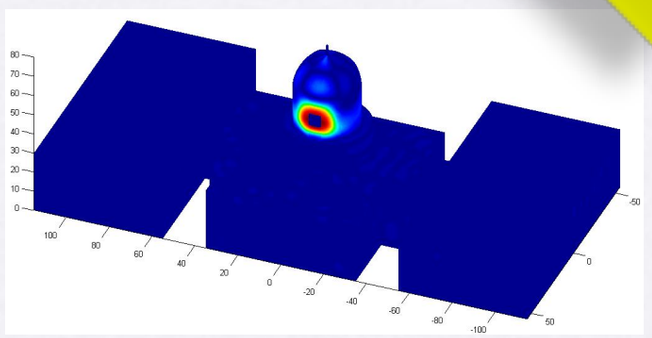
    Des outils numériques ont été développés dans la thèse de C. Rouzaud pour palier à ces difficultés et non présentés ici.

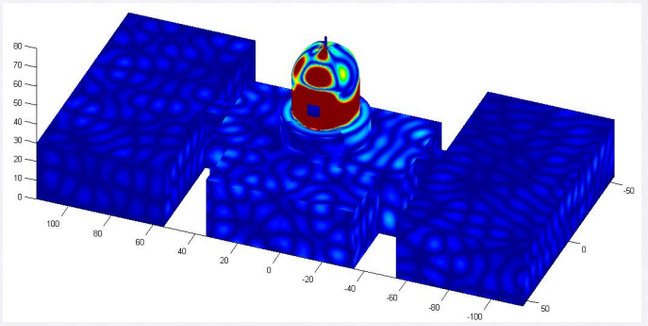
# PRÉSENTATION DE LA TVRC

- 4 types de sous-structures minces orthotropes
  - plaque
  - plaque circulaire
  - coque cylindrique
  - coque sphérique
- 2 problématiques couplées
  - flexion
  - membranaire
- Liaisons entre sous-structure
  - souple ou rigide
  - coplanaire ou non
- Conditions aux limites
  - ressort
- Passage temporel ➥ fréquentiel

**Code TVRC Accoustique**

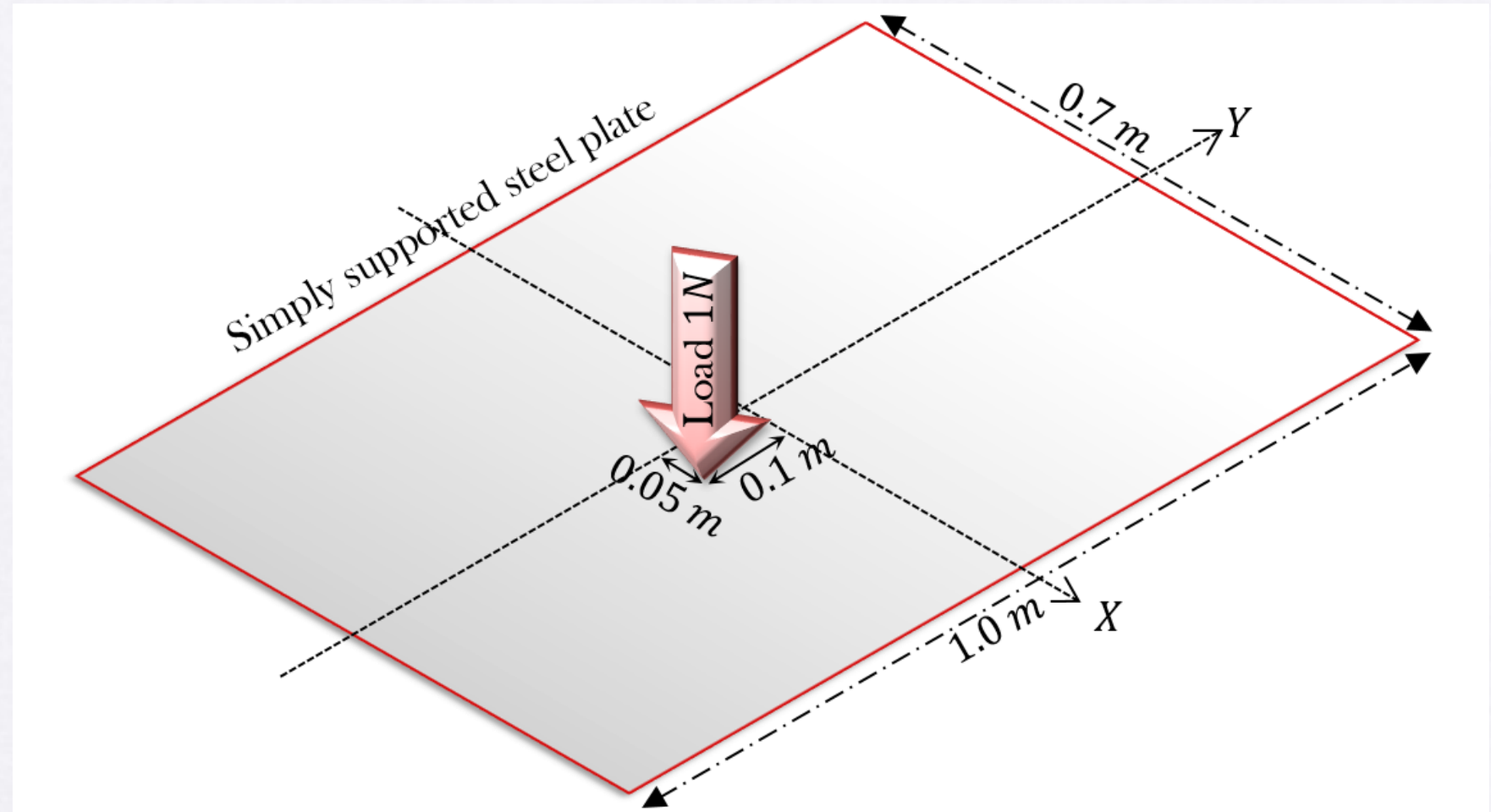
**CoFourays** *[Kovalesky, 2012]*



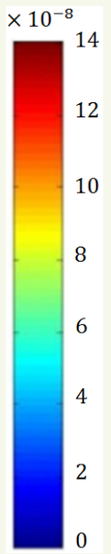
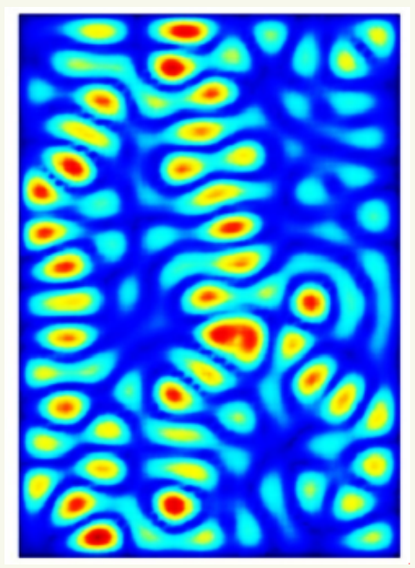
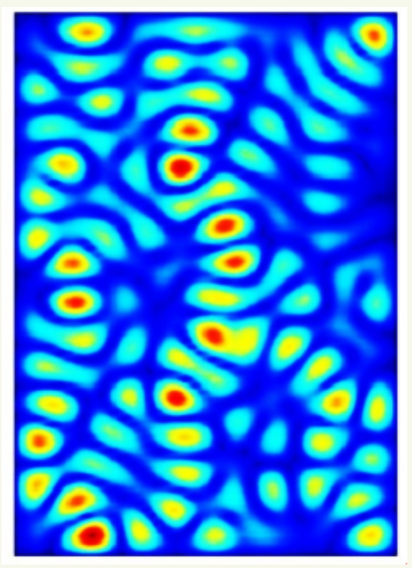
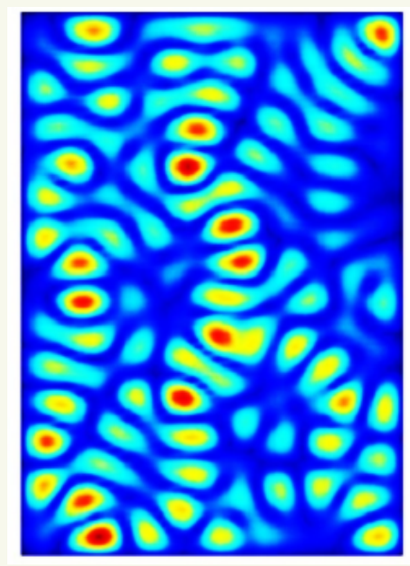


# PRÉSENTATION DE LA TVRC

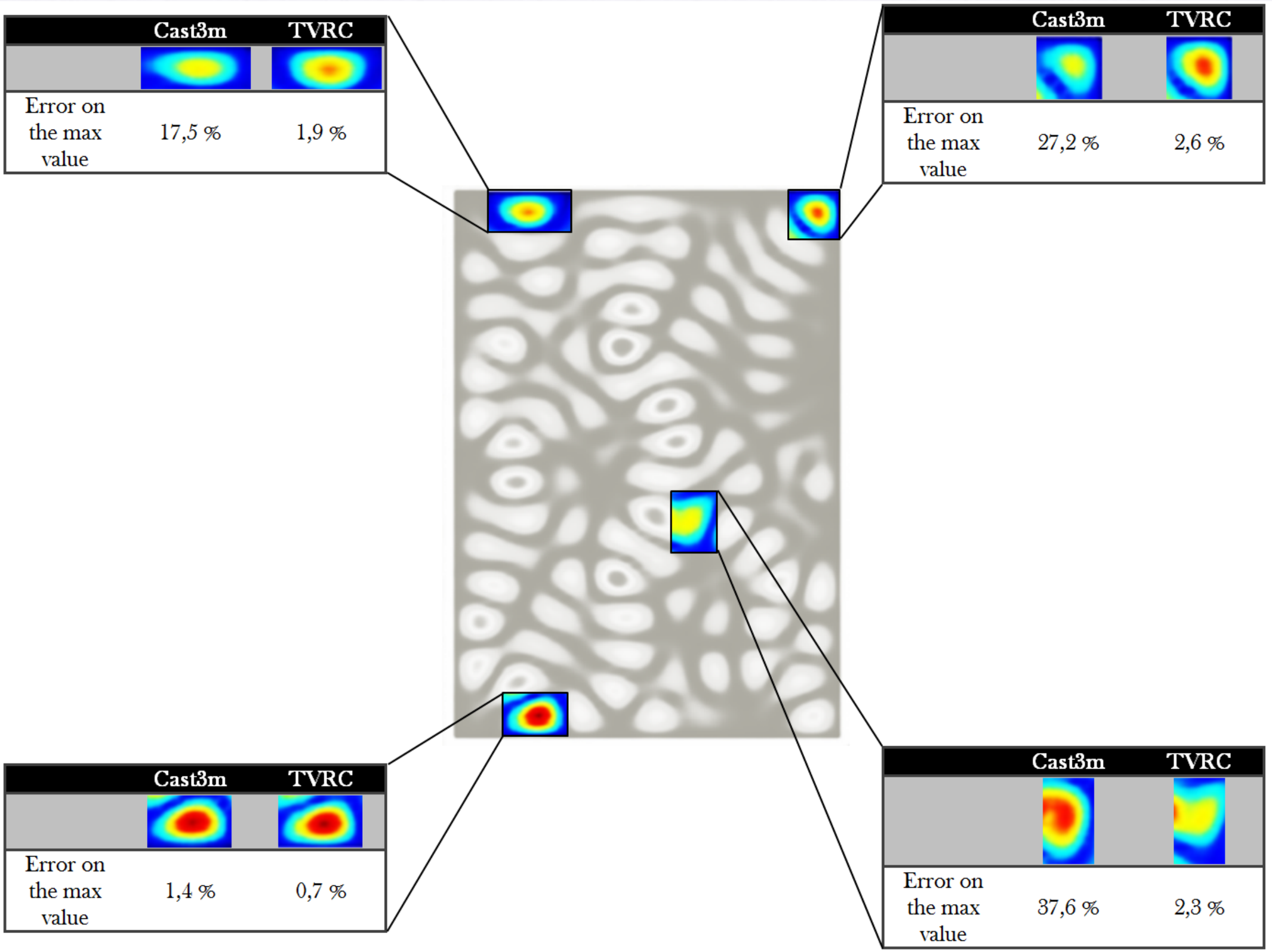
- Plaque simplement supportée
  - Fréquence excitation : 200 Hz
  - Effort imposé de 1 N
  - Epaisseur de 0,003 m
  - Acier



# PRÉSENTATION DE LA TVRC

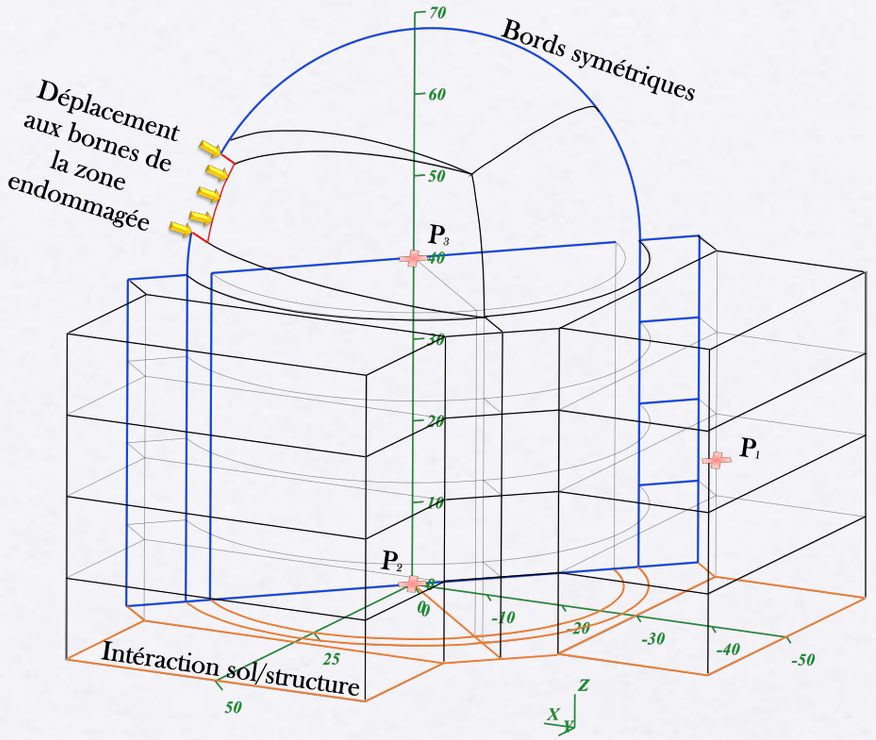
| | Cast3m | Résultat analytique | VTCR |
|---|---|---|---|
| | 39000 DDL<br>(≈10 elements/longueur d'ondes) | | 100 modes intérieurs<br>4*20 modes de bords |
| out-of-plane displacement (m) |  |  |  |  |

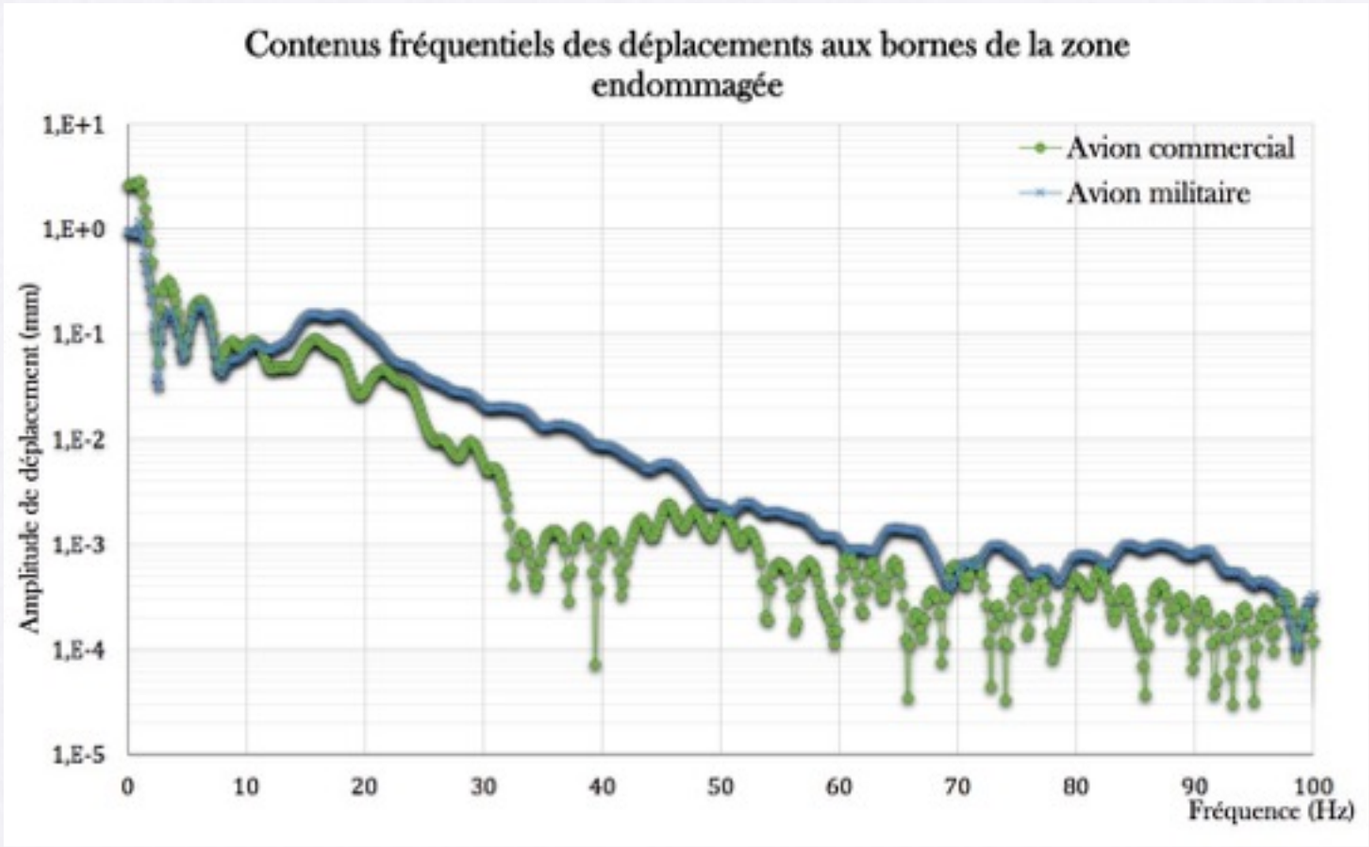
# PRÉSENTATION DE LA TVRC



# TRAITEMENT DU RESTE DE LA STRUCTURE

- Utilisation de la TVRC à notre application
  - Nombre de DDL par sous-structure
    - 100 ondes intérieures
    - 75 ondes de bord
    - 50 ondes de pression
    - 50 ondes de cisaillement
  - Chargement fréquentiel appliqué

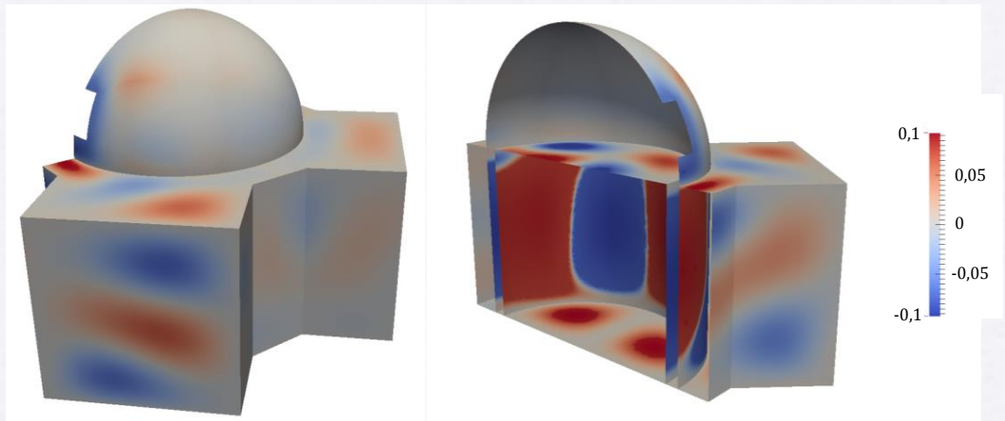


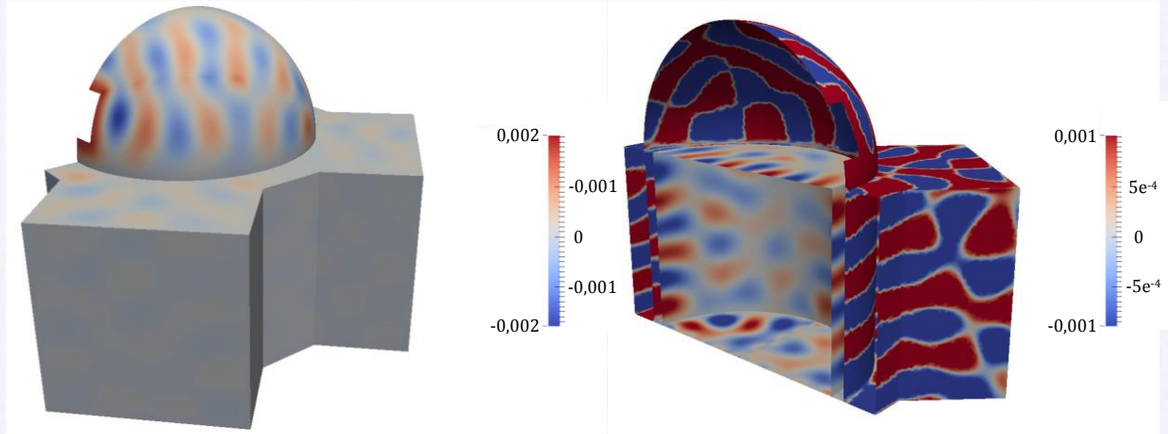
# TRAITEMENT DU RESTE DE LA STRUCTURE

- Quelques exemples de réponses fréquentielles obtenues avec la TVRC

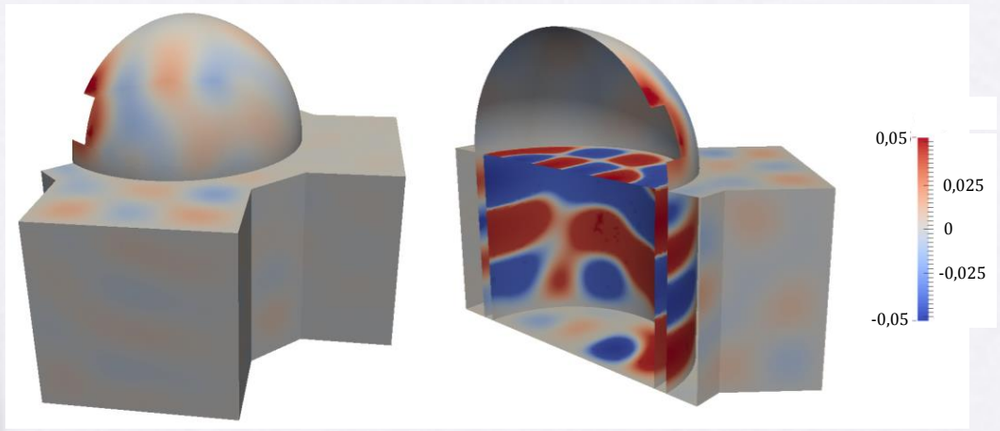
**10 Hz**



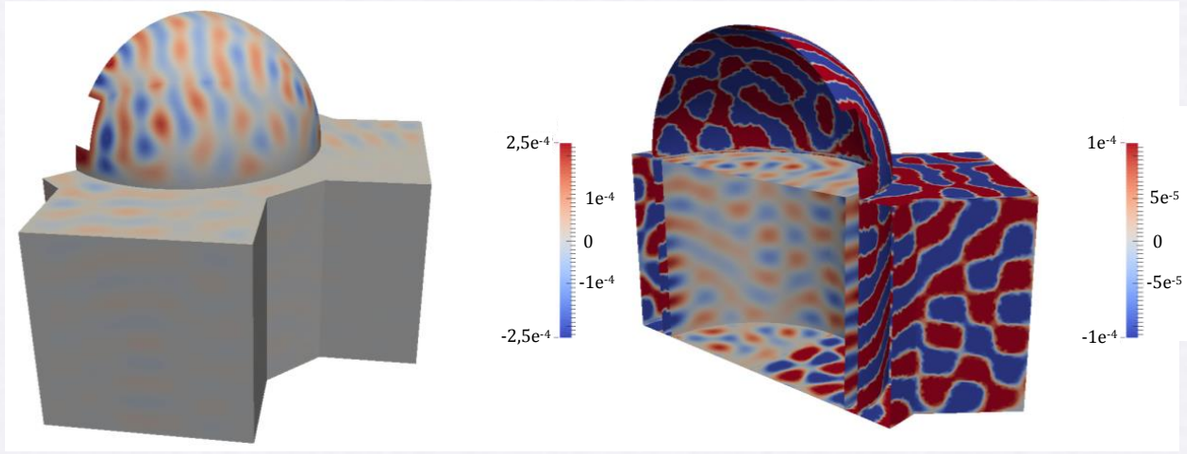

**50 Hz**




**25 Hz**

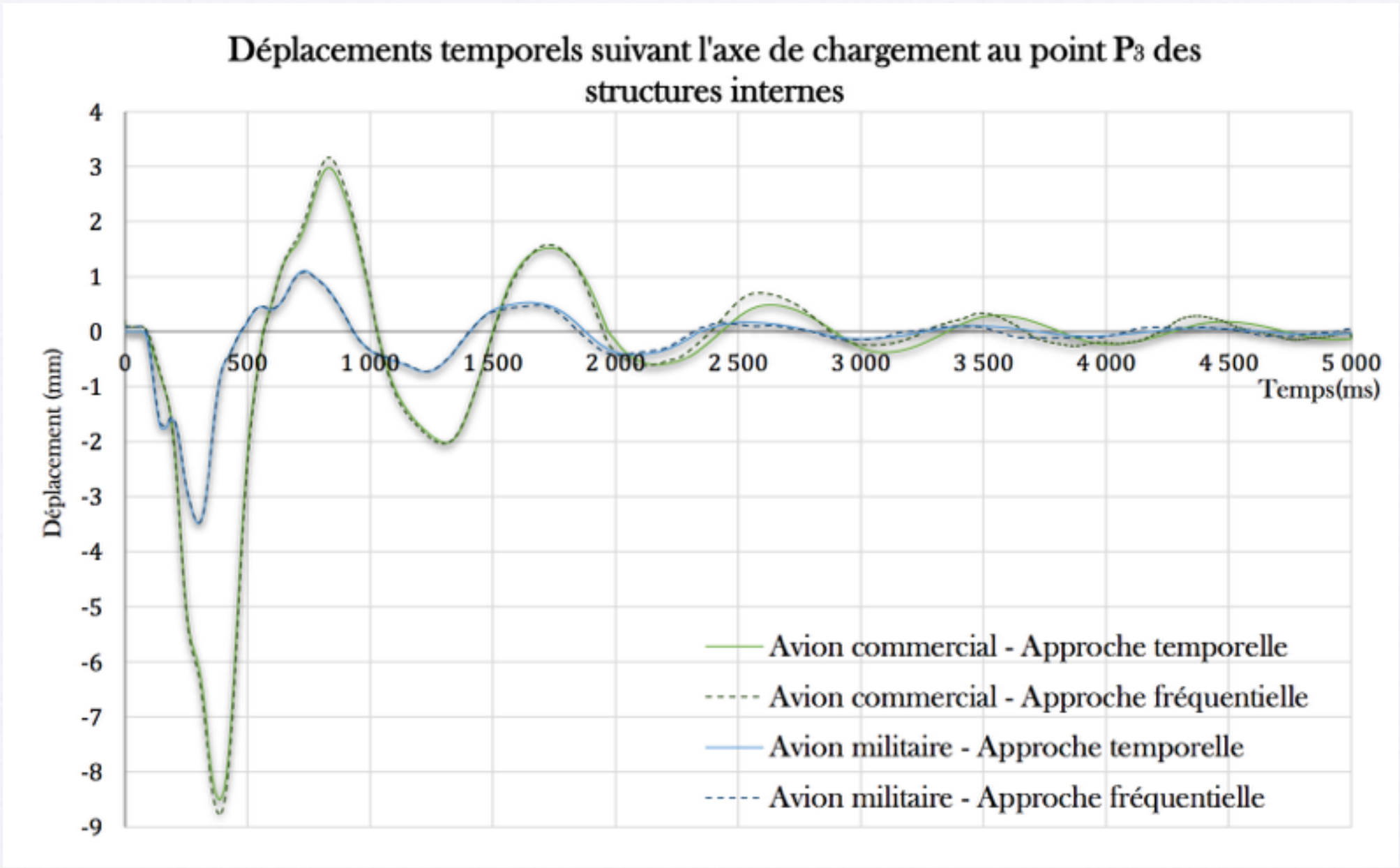



**100 Hz**



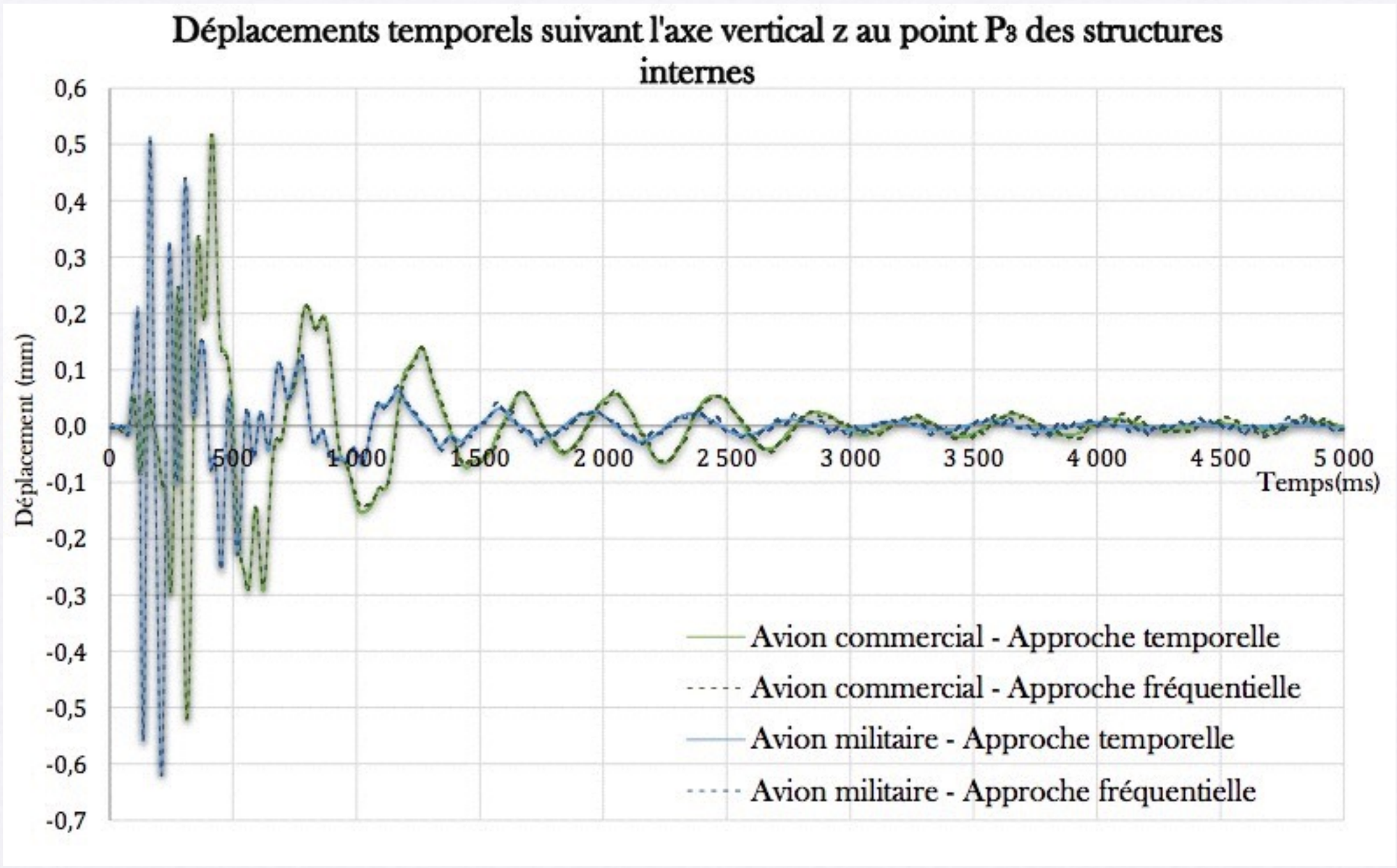
# TRAITEMENT DU RESTE DE LA STRUCTURE

- Reconstruction de la réponse temporelle



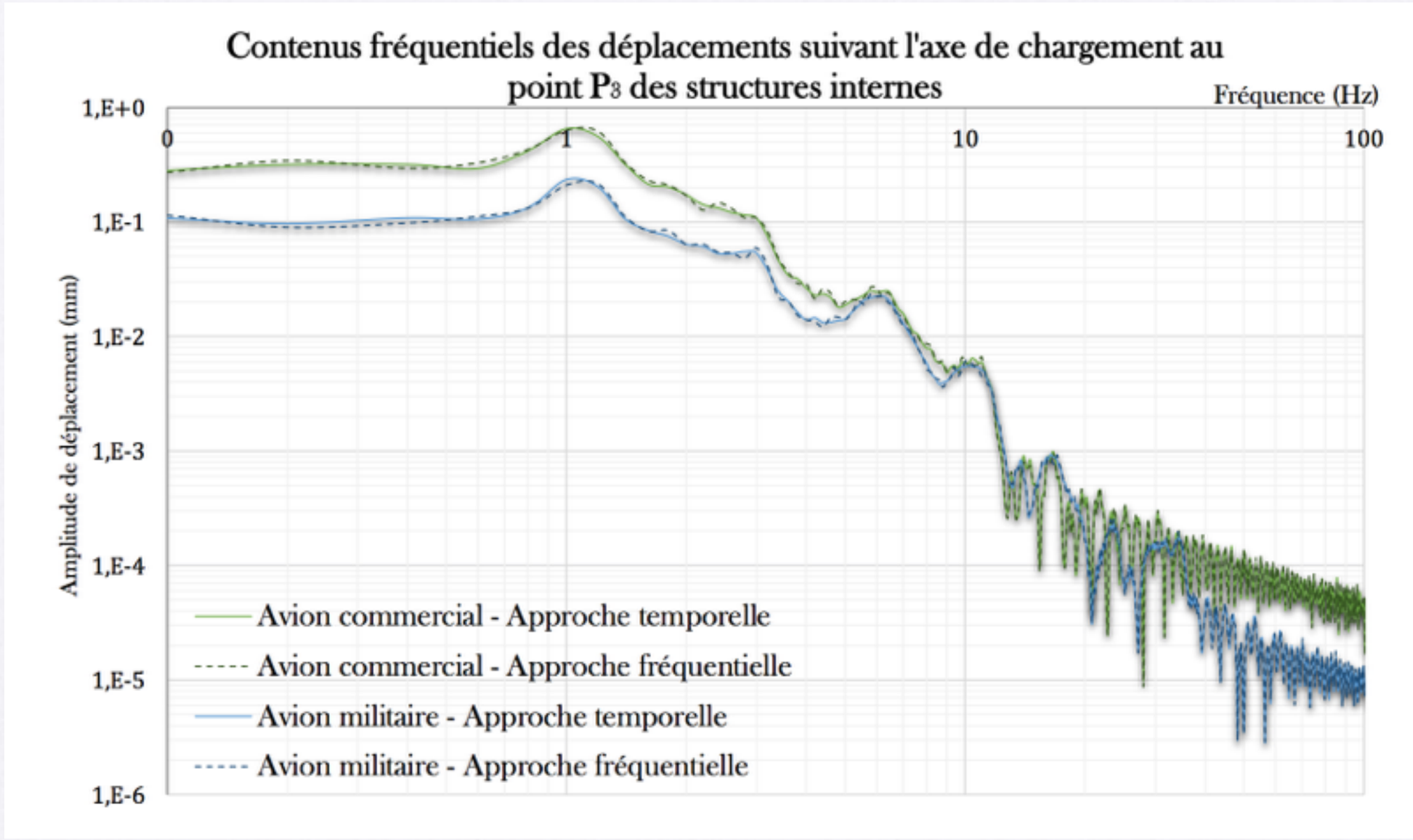
# TRAITEMENT DU RESTE DE LA STRUCTURE

- Reconstruction de la réponse temporelle



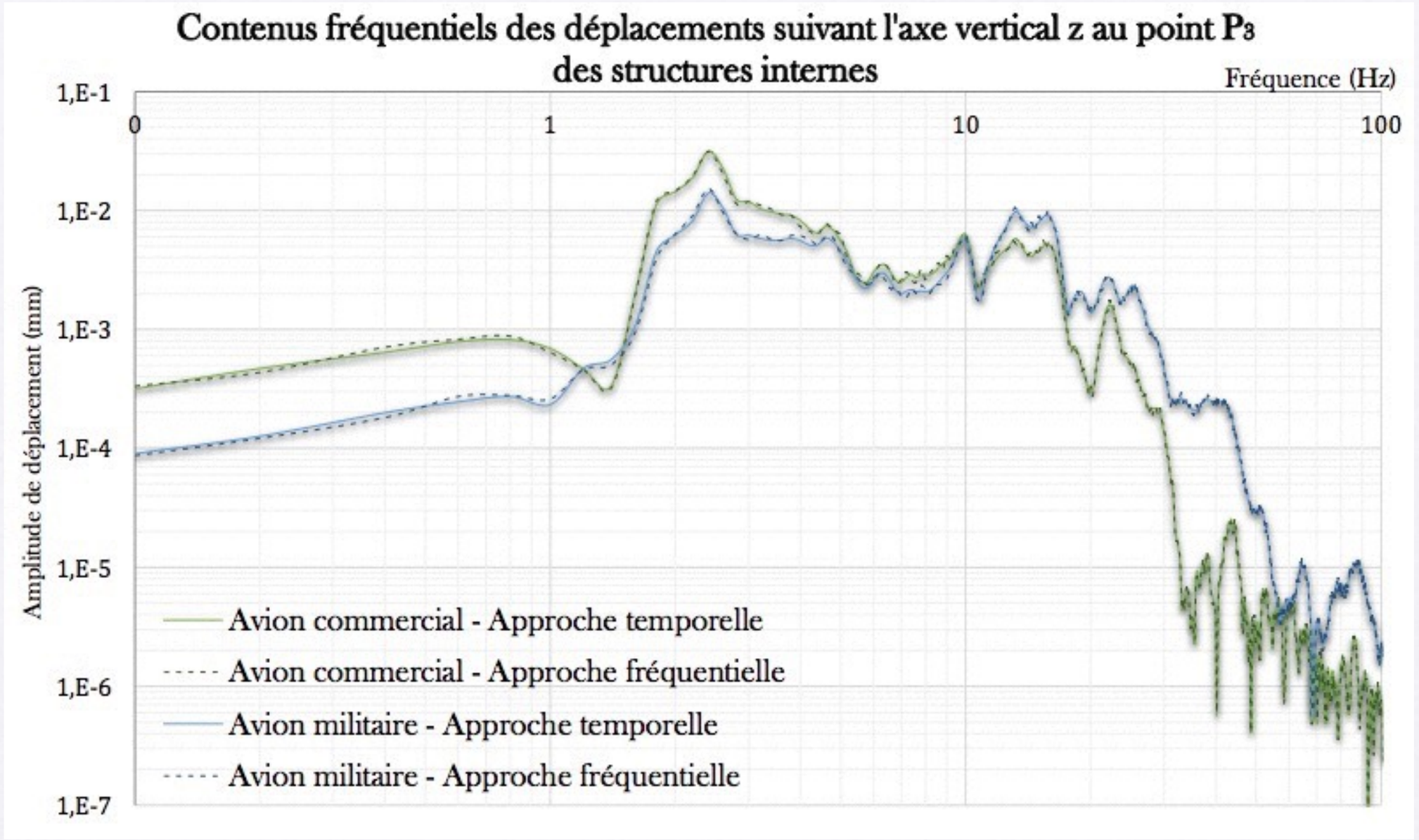
# TRAITEMENT DU RESTE DE LA STRUCTURE

- Contenus fréquentiels



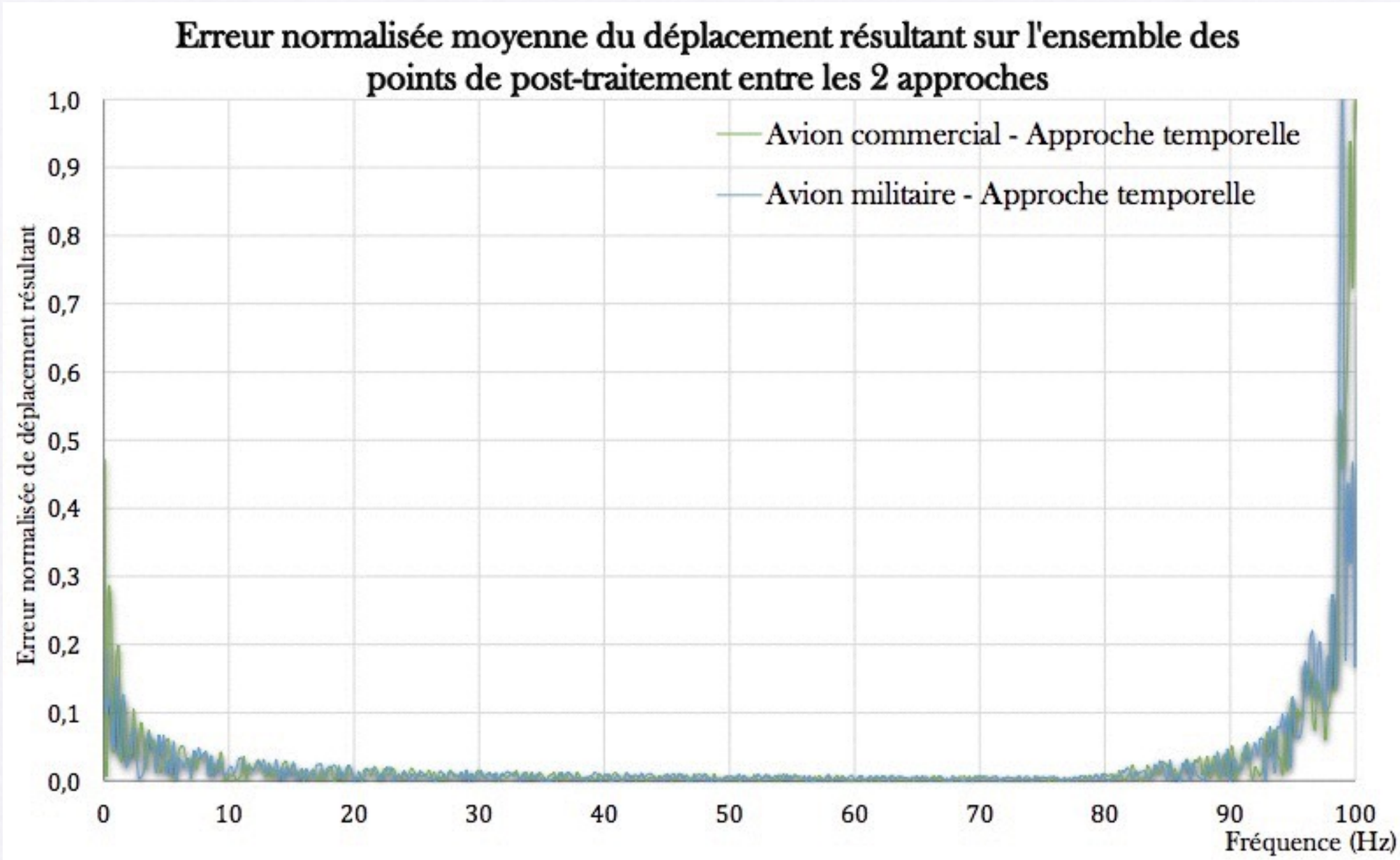
# TRAITEMENT DU RESTE DE LA STRUCTURE

- Contenus fréquentiels



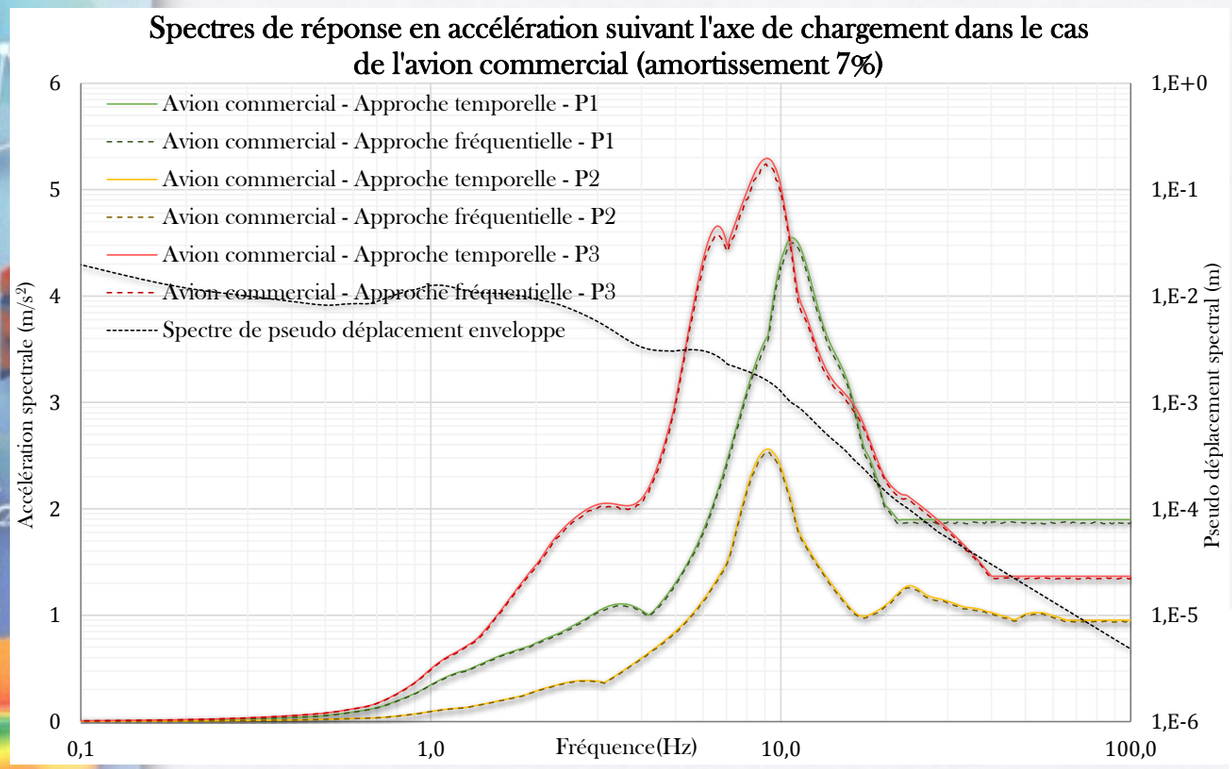
# TRAITEMENT DU RESTE DE LA STRUCTURE

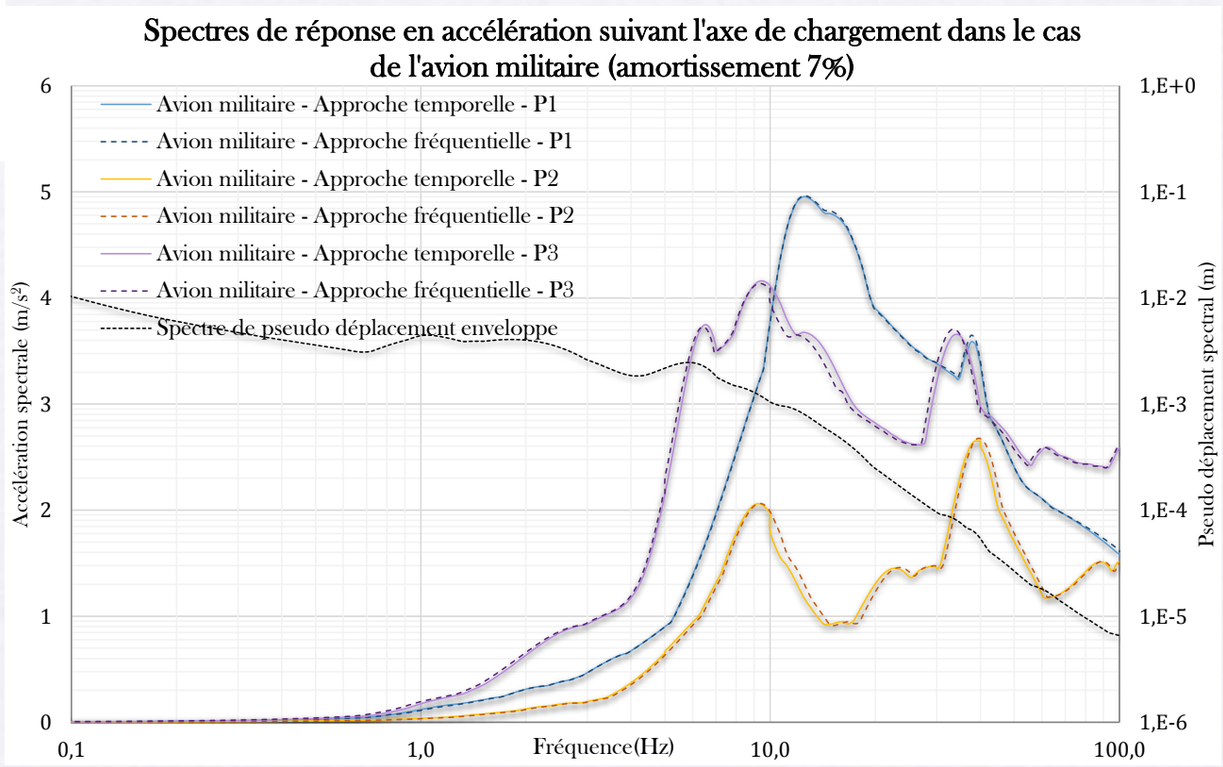
- Erreur EF/TVRC



# TRAITEMENT DU RESTE DE LA STRUCTURE

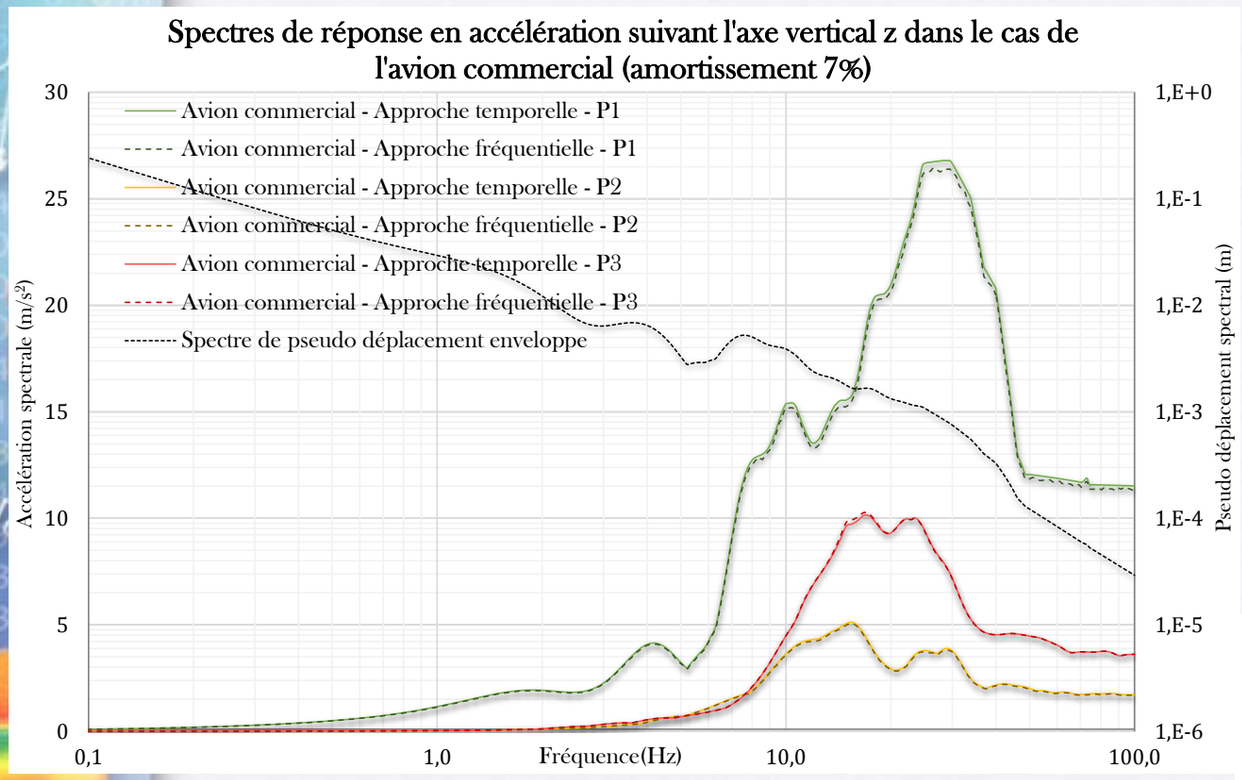
- Spectres de réponse obtenus au niveau des planchers

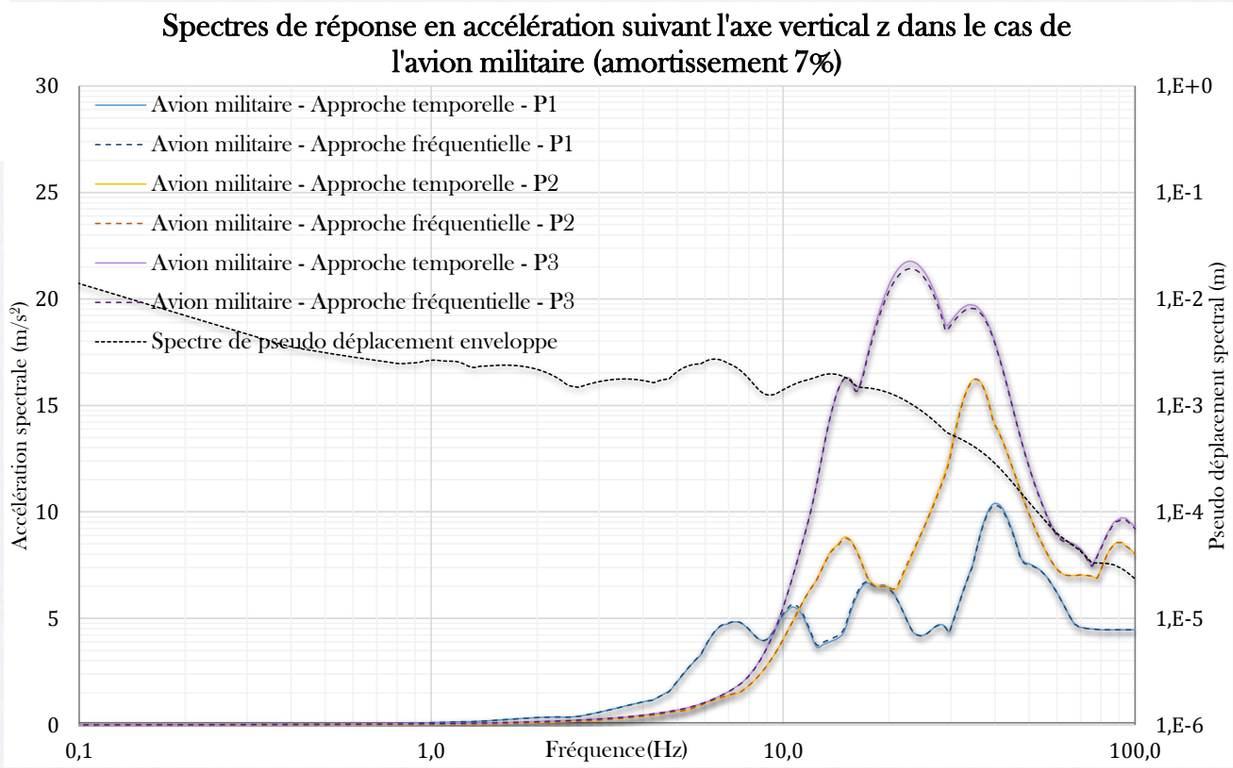


# TRAITEMENT DU RESTE DE LA STRUCTURE

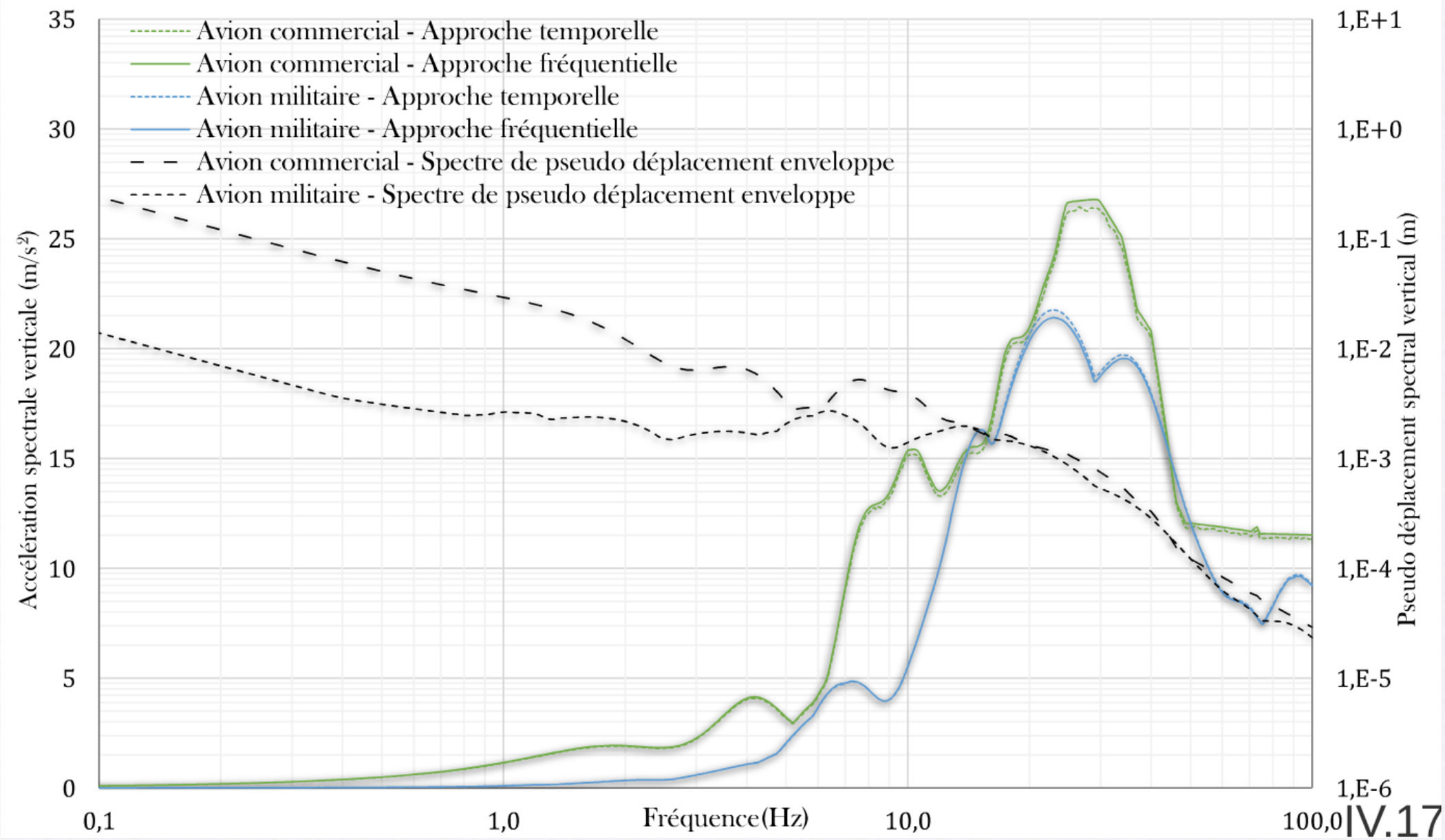
- Spectres de réponse obtenus au niveau des planchers



# TRAITEMENT DU RESTE DE LA STRUCTURE

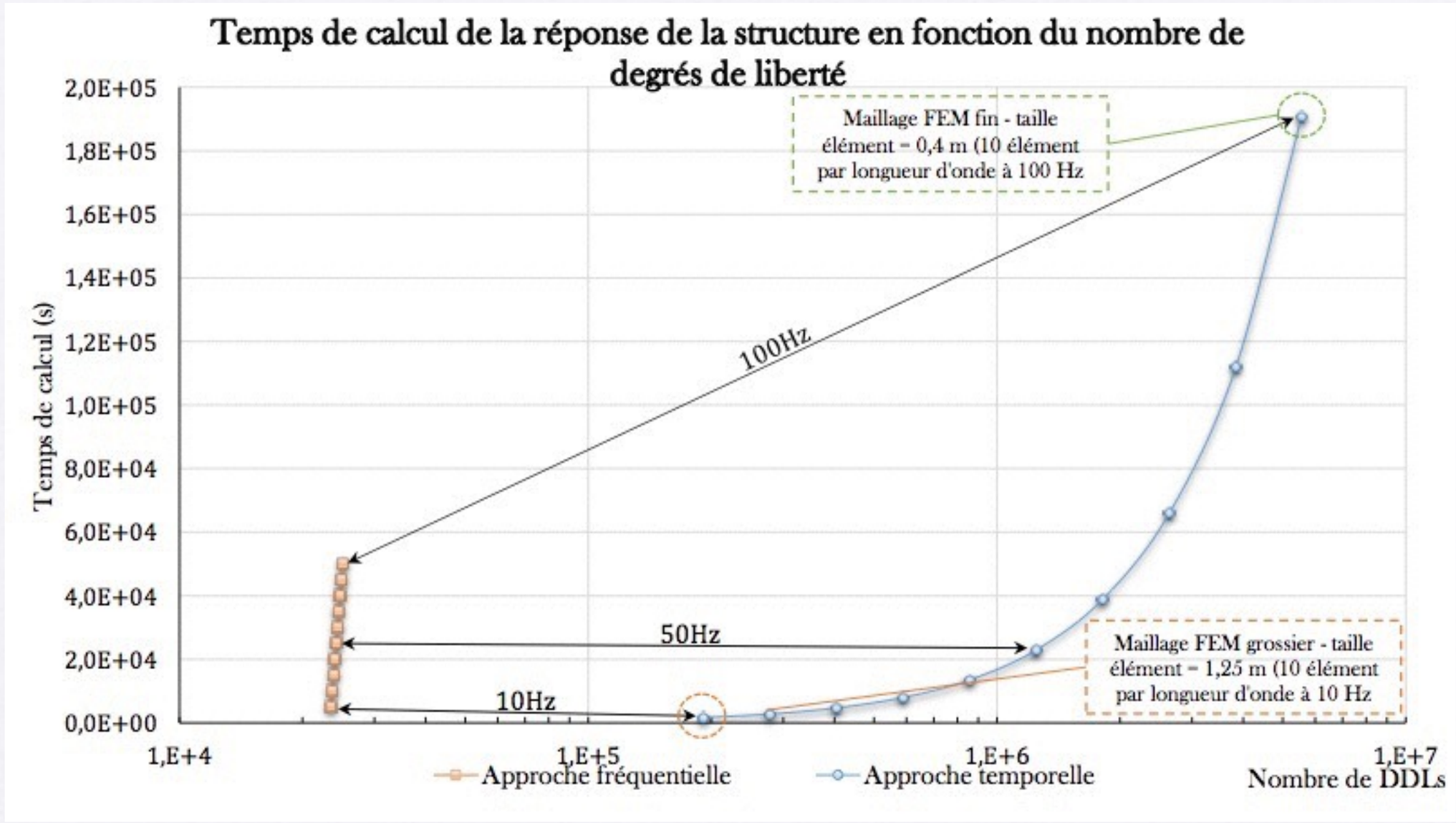
- Spectres de réponse obtenus au niveau des planchers
  - Comparaison des deux types d'avion au point P1




IV.17

# TRAITEMENT DU RESTE DE LA STRUCTURE

- Comparaison des temps de calcul



# CONCLUSIONS

- Gain en temps de calcul important
- Développement d'un code sous Matlab intégrant l'ensemble des développements TVRC
- Modélisation possible de structures complexes en BA et BP
- Utilisation pratique en BE chez AREVA

# PERSPECTIVES

- Calcul large bande en utilisant les approximants de Padé
- Couplage EF/TVRC pour traiter impact
- Passage au non-linéaire ?