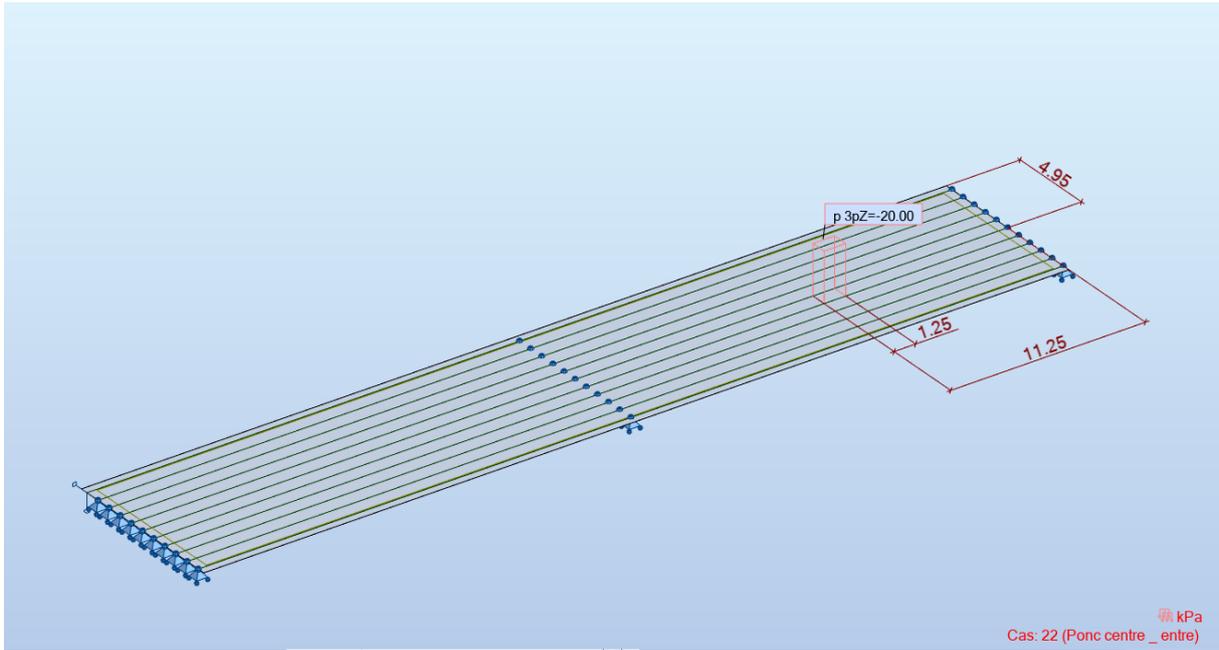
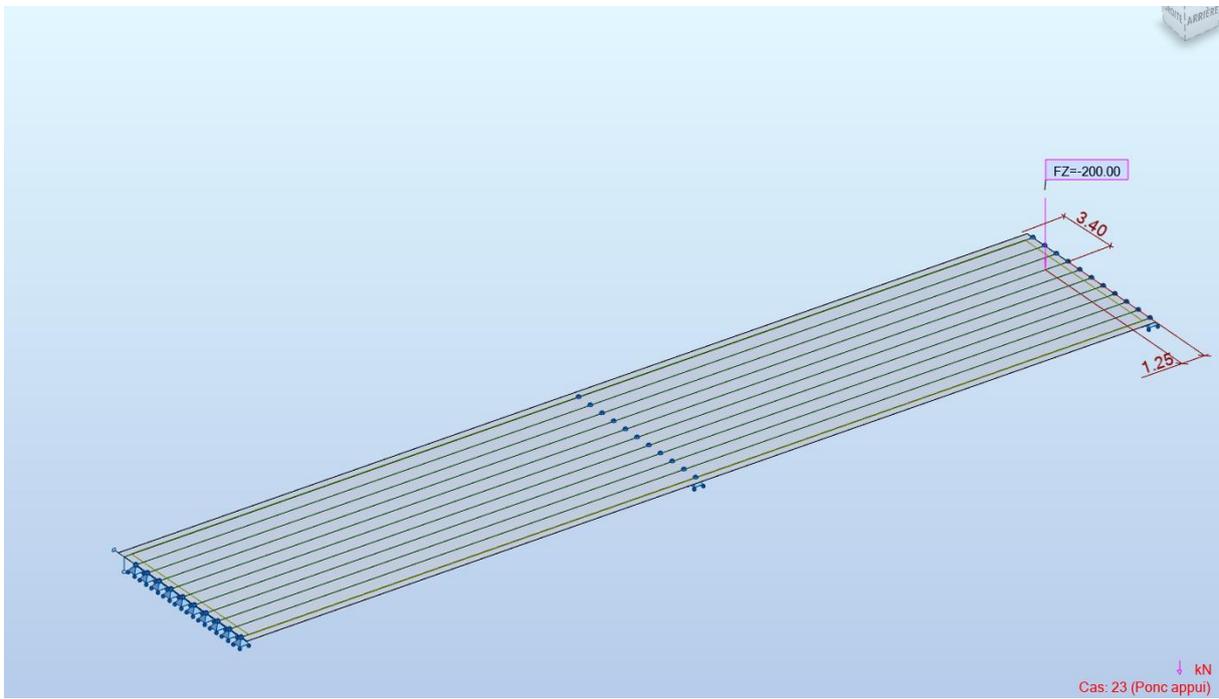


- Une charge répartie de l'abscisse 10.00 à 11.25 m, à cheval sur les poutres 6 et 7,



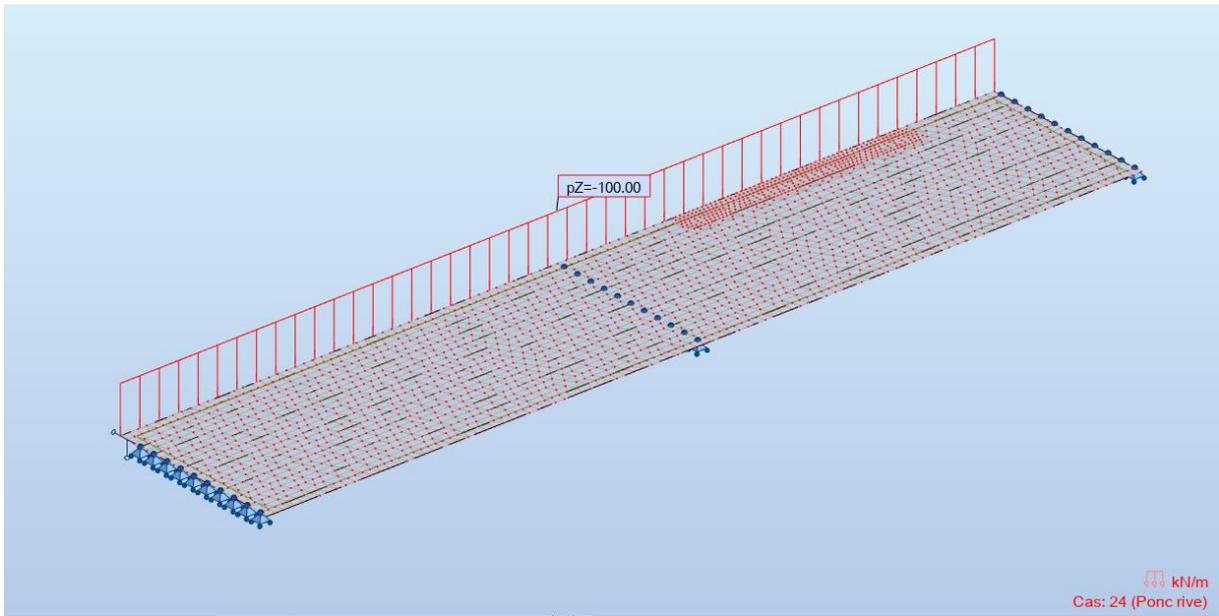
(servira à l'étude de flexion transversale)

- Un effort ponctuel à l'abscisse 1.25 m en partant d'une culée, sur la poutre n°4 :



(servira à l'étude des réactions d'appui)

- Une charge linéique de 100 kN/ml en rive de tablier :



(servira à l'étude de flexion transversale)

3 Les différentes modélisations

3.1 Approche par la méthode de Guyon-Massonnet

Nous ne revenons pas sur la méthode en tant que tel, elle est explicitée largement dans les textes cités dans la bibliographie du présent document.

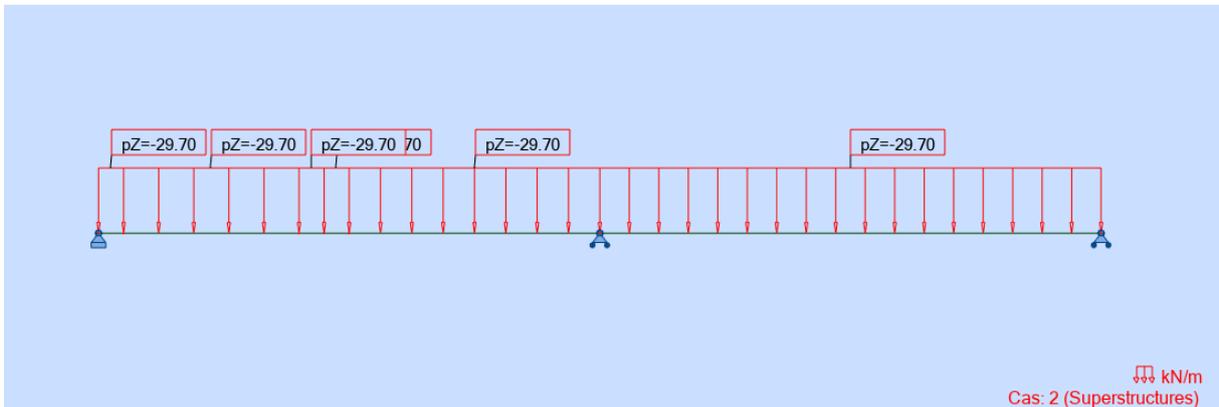
En pratique, pour appliquer la méthode, nous devons tout d'abord calculer les efforts, cas par cas, sur une poutre 2D représentant toute la largeur du tablier (si l'on ne s'intéresse pas aux déformées, cette poutre peut avoir des caractéristiques quelconques, mais constantes).

Les cas de charges à appliquer ont été décrits au § précédent.

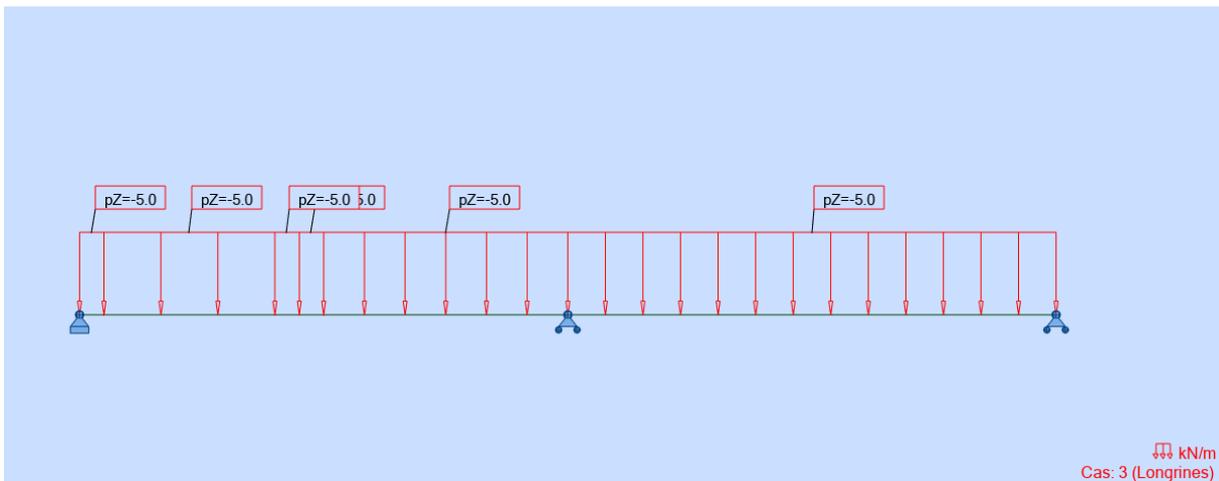
(Pour les cas modélisant une charge répartie sur deux travées, on aurait pu modéliser une charge unitaire et multiplier les résultats par la charge effective de chacun des cas).

Récapitulatif des charges:

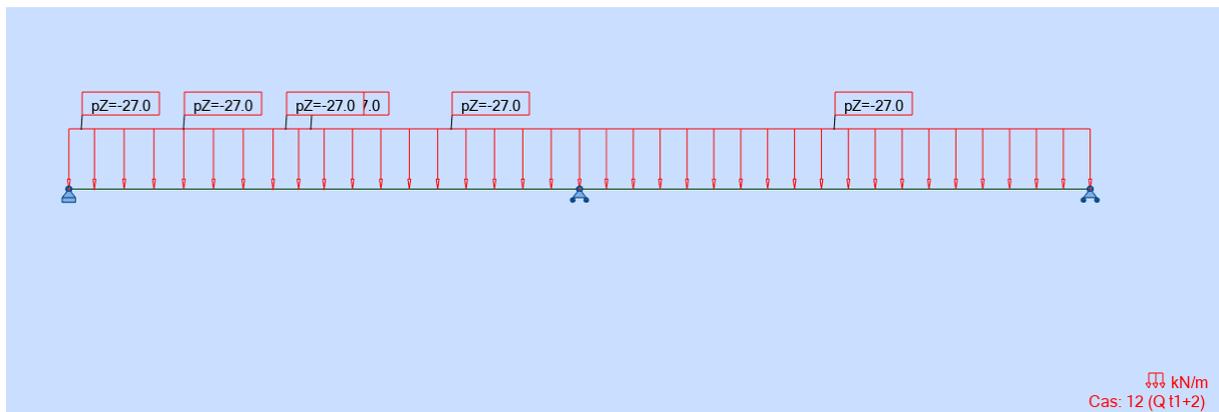
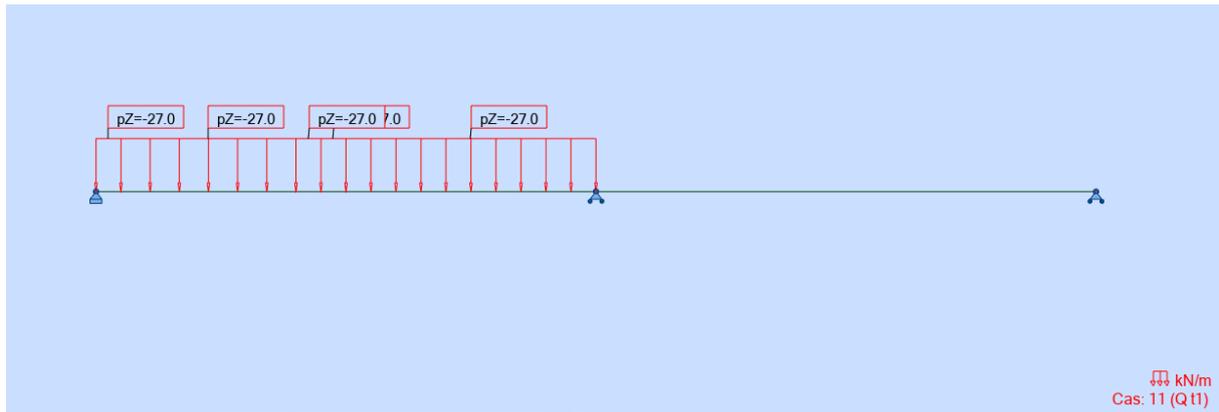
- Le poids propre (une seule nervure dans notre cas) – cas 1.
- Superstructure – charge répartie – cas 2 :



- Longrines - cas 3 (couvre les deux cas dans l'approche Guyon-Massonnet) :



- Cas Travée 1 et Travée 1+2 – cas 11 et 12 :

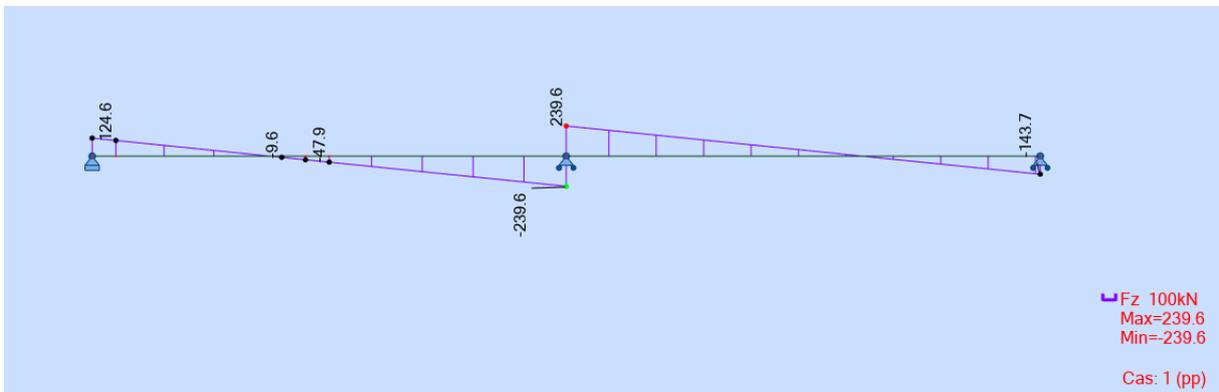


Et le cas spécifiques pour les réactions :

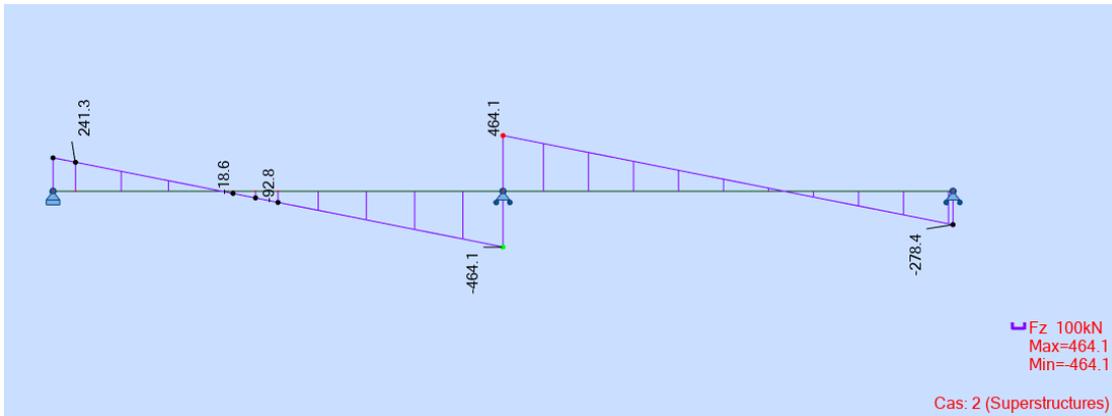
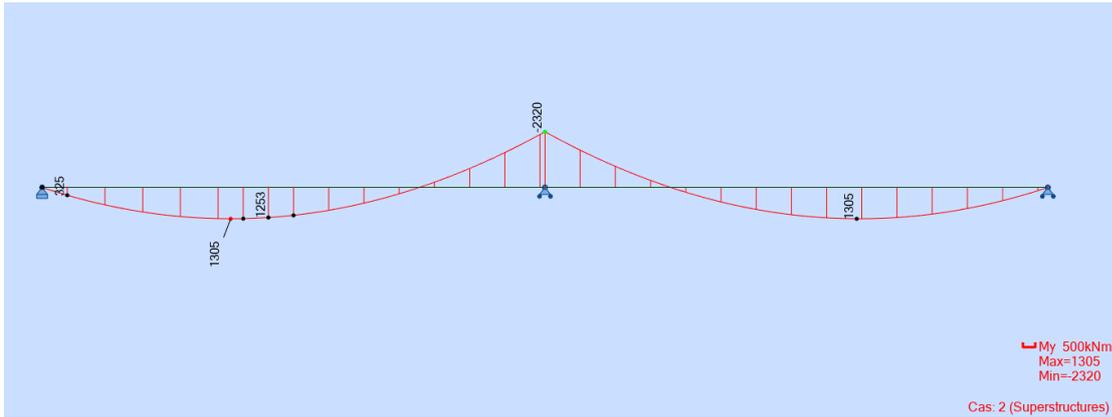


Résultats :

- Poids propre :



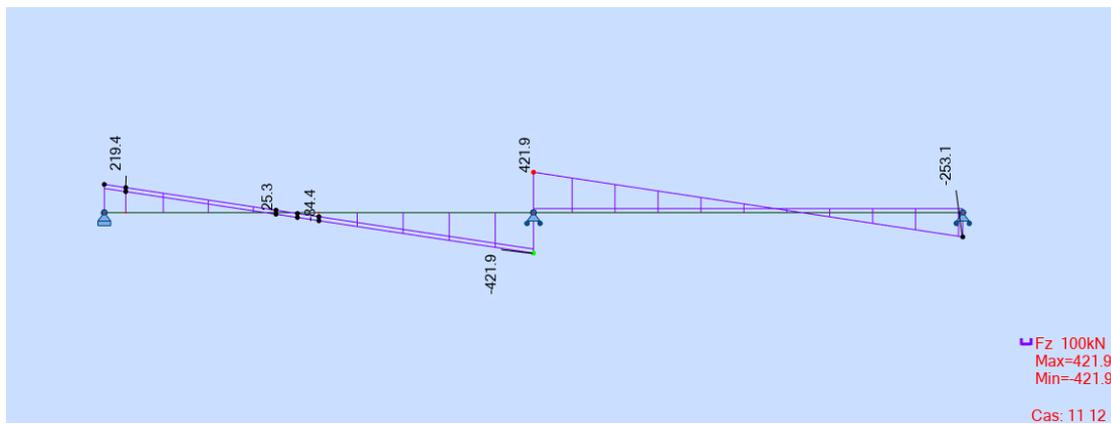
- Superstructures, 3 kN/m² :



- Superstructures, longrines :



- Enveloppe des cas Travée 1 et Travées 1+2 :

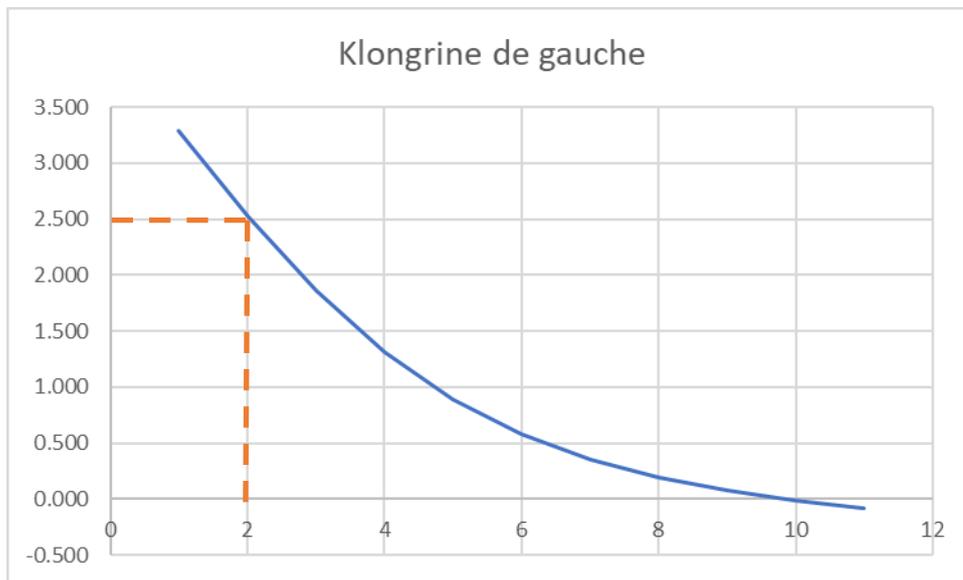


Nous nous servons d'un programme qui détermine automatiquement les paramètres et calcule les lignes d'influence, aussi appelés « coefficient de Guyon-Massonnet » (K_{GM}):

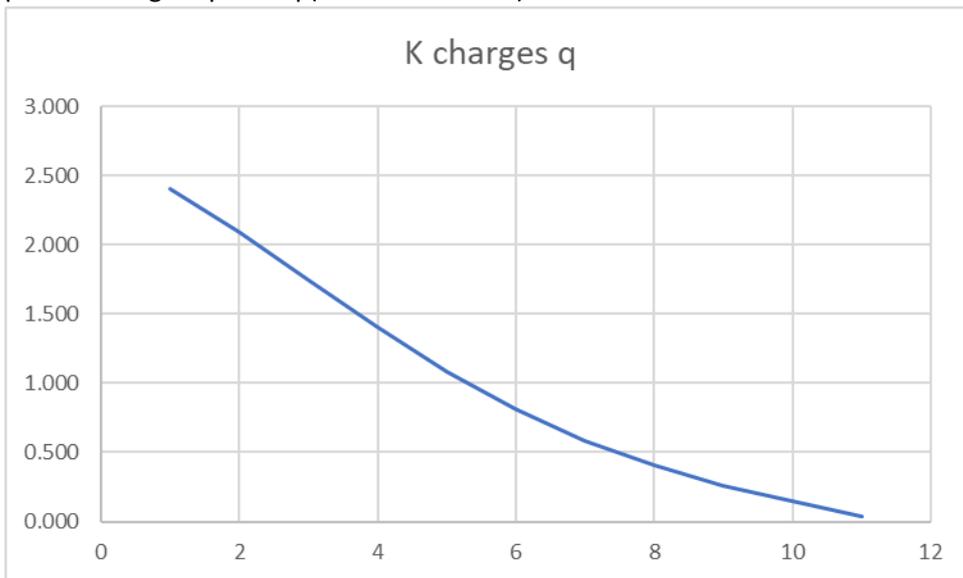
Coefficients de Guyon-Massonnet -> à diviser par 11											
Poutre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Y=	-4.5	-3.6	-2.7	-1.8	-0.9	0	0.9	1.8	2.7	3.6	4.5
Super répartie	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Longrine gauche	3.287	2.523	1.860	1.317	0.893	0.577	0.348	0.186	0.072	-0.013	-0.081
Longrine droite	-0.081	-0.013	0.072	0.186	0.348	0.577	0.893	1.317	1.860	2.523	3.287
-> Σ longrines	3.206	2.510	1.932	1.503	1.241	1.154	1.241	1.503	1.932	2.510	3.206
q en travée	2.407	2.089	1.751	1.407	1.087	0.812	0.586	0.406	0.262	0.144	0.042
Appui	1.347	1.412	1.459	1.445	1.322	1.136	0.933	0.738	0.560	0.401	0.257

A titre d'exemple, graphiquement, les coefficients K_{GM} :

- pour la longrine de gauche – (par exemple, la poutre 2 reprend 2.50/11 de la charge)



- pour la charge répartie q (travées 1 ou 1+2) :



La seconde colonne contient le moment M, le tranchant V ou la réaction R_{max}, pour les cas unitaires, pour tout le tablier, que l'on répartit en fonction de K_{GM} de chacune des poutres :

	Poutre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Moment sur appui												
pp	-1198.0	-1198.0	-1198.0	-1198.0	-1198.0	-1198.0	-1198.0	-1198.0	-1198.0	-1198.0	-1198.0	-1198.0
Super	-2320.0	-210.9	-210.9	-210.9	-210.9	-210.9	-210.9	-210.9	-210.9	-210.9	-210.9	-210.9
Longrine	-391.0	-114.0	-89.2	-68.7	-53.4	-44.1	-41.0	-44.1	-53.4	-68.7	-89.2	-114.0
Travées	-2109.0	-461.5	-400.5	-335.7	-269.8	-208.4	-155.7	-112.4	-77.8	-50.2	-27.6	-8.1
M=	-18389.0	-1984.4	-1898.6	-1813.3	-1732.1	-1661.4	-1605.6	-1565.4	-1540.2	-1527.8	-1525.7	-1530.9
Moment en travée 1												
pp	674.0	674.0	674.0	674.0	674.0	674.0	674.0	674.0	674.0	674.0	674.0	674.0
Super	1305.0	118.6	118.6	118.6	118.6	118.6	118.6	118.6	118.6	118.6	118.6	118.6
Longrine	220.0	64.1	50.2	38.6	30.1	24.8	23.1	24.8	30.1	38.6	50.2	64.1
Travées	1615.0	353.4	306.7	257.1	206.6	159.6	119.2	86.0	59.6	38.5	21.1	6.2
M=	10774.0	1210.1	1149.5	1088.4	1029.3	977.0	934.9	903.5	882.3	869.7	864.0	862.9
Tranchant C0												
pp	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0
Super	278.0	25.3	25.3	25.3	25.3	25.3	25.3	25.3	25.3	25.3	25.3	25.3
Longrine	47.0	13.7	10.7	8.3	6.4	5.3	4.9	5.3	6.4	8.3	10.7	13.7
Travées	295.0	64.6	56.0	47.0	37.7	29.2	21.8	15.7	10.9	7.0	3.9	1.1
V=	2251.0	247.5	236.0	224.5	213.4	203.7	196.0	190.3	186.6	184.6	183.9	184.1
Tranchant P1, gauche												
pp	-240.0	-240.0	-240.0	-240.0	-240.0	-240.0	-240.0	-240.0	-240.0	-240.0	-240.0	-240.0
Super	-464.0	-42.2	-42.2	-42.2	-42.2	-42.2	-42.2	-42.2	-42.2	-42.2	-42.2	-42.2
Longrine	-78.0	-22.7	-17.8	-13.7	-10.7	-8.8	-8.2	-8.8	-10.7	-13.7	-17.8	-22.7
Travées	-422.0	-92.3	-80.1	-67.2	-54.0	-41.7	-31.2	-22.5	-15.6	-10.1	-5.5	-1.6
V=	-3682.0	-397.3	-380.1	-363.1	-346.8	-332.7	-321.5	-313.5	-308.4	-305.9	-305.5	-306.5
Réaction Culée C0												
pp	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0
Super	278.0	25.3	25.3	25.3	25.3	25.3	25.3	25.3	25.3	25.3	25.3	25.3
Longrine	47.0	13.7	10.7	8.3	6.4	5.3	4.9	5.3	6.4	8.3	10.7	13.7
Travées	295.0	64.6	56.0	47.0	37.7	29.2	21.8	15.7	10.9	7.0	3.9	1.1
R=	2251.0	247.5	236.0	224.5	213.4	203.7	196.0	190.3	186.6	184.6	183.9	184.1
Réaction Pile P1												
pp	479.0	479.0	479.0	479.0	479.0	479.0	479.0	479.0	479.0	479.0	479.0	479.0
Super	928.0	84.4	84.4	84.4	84.4	84.4	84.4	84.4	84.4	84.4	84.4	84.4
Longrine	156.0	45.5	35.6	27.4	21.3	17.6	16.4	17.6	21.3	27.4	35.6	45.5
Travées	844.0	184.7	160.3	134.3	108.0	83.4	62.3	45.0	31.2	20.1	11.0	3.2
R=	7353.0	793.5	759.2	725.1	692.6	664.4	642.0	625.9	615.8	610.9	610.0	612.1

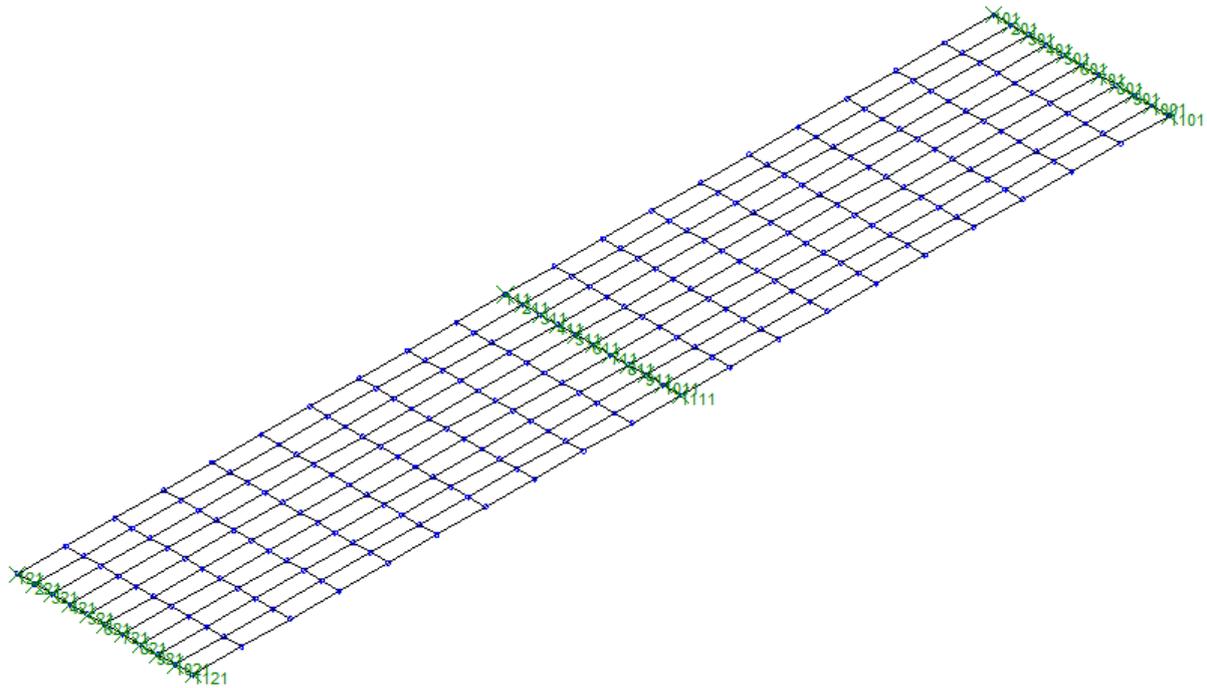
Calcul des efforts suivant la méthode de Guyon-Massonnet

On s'assure que la somme de la variable d'intérêt du tablier complet (colonnes orange) est égale à la somme de la variable d'intérêt des 11 poutres.

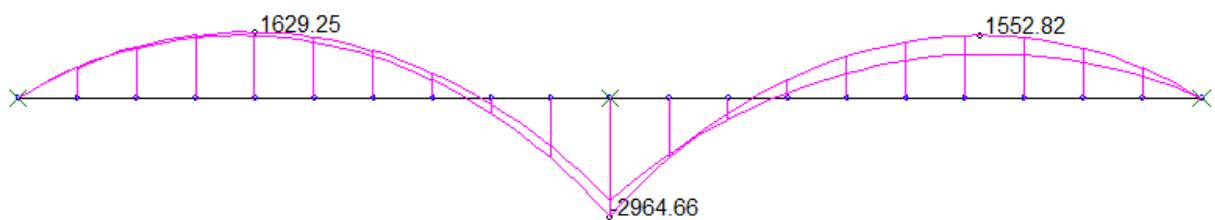
3.2 Approche en grillage plan – Modèle Grill1

Ce modèle est composé de barres longitudinales représentant la nervure + le hourdis (caractéristiques définies en Annexe 1) et de barres transversales coplanaires de longueur 2.50 m.

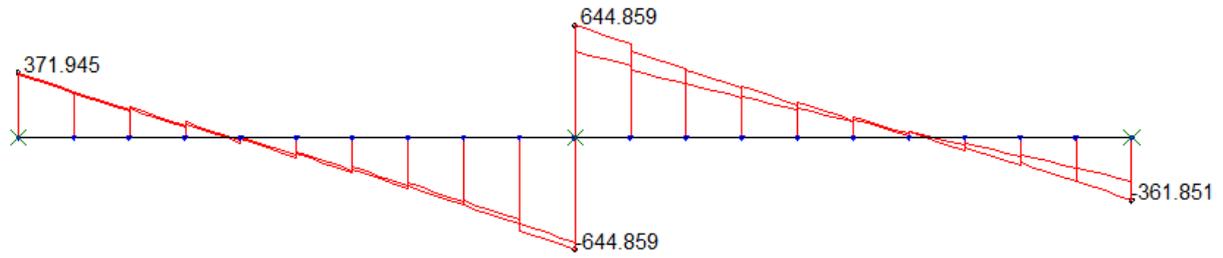
On veille à appliquer la méthode de calcul préconisées par les documents du SETRA/CEREMA pour le calcul des inerties de torsion, en particulier pour le hourdis, l'inertie de torsion vaut $be^3/6$ – réf. [13], [14] et [15].



Vue du modèle en grillage plan



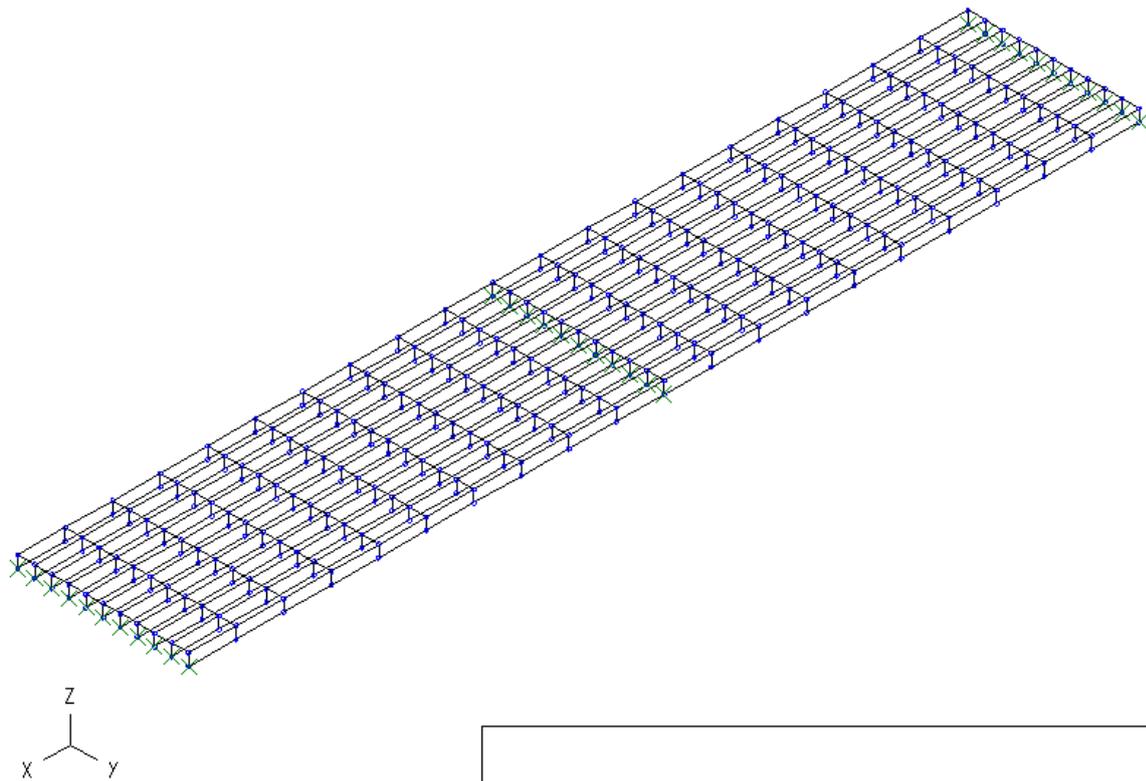
Enveloppe ELU du moment (1.35G+1.35Qtravée), poutre de rive



Enveloppe ELU du tranchant (1.35G+1.35Qtravée), poutre de rive

3.3 Approche en poutre-échelle – Modèle Grill2

Le modèle est similaire au précédent, mais la poutre longitudinale est subdivisée en deux barres. Une inférieure qui représente la nervure seule (0.40*1.00 m²), une supérieure qui représente le hourdis (0.90*0.25 m²). Les caractéristiques sont données en annexe.

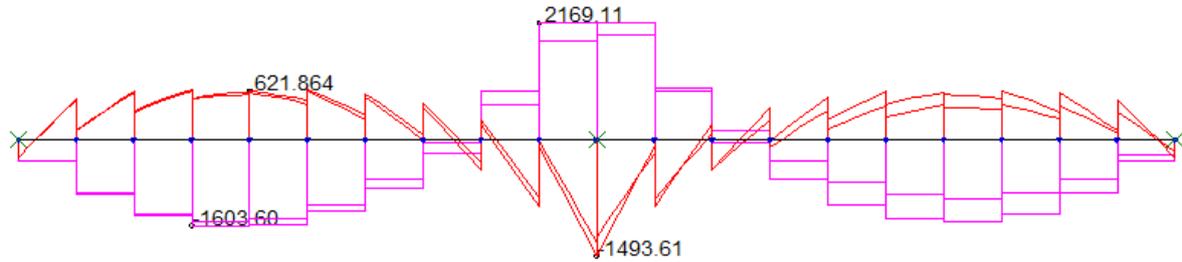


Les deux poutres sont reliées par des barres très rigides ($S=100 \text{ m}^2$ et $I=100 \text{ m}^4$) pour assurer la continuité mécanique.

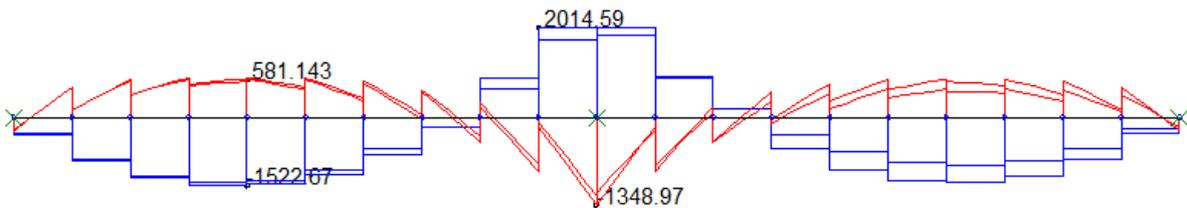
On veille à rendre les barres en doublons et les barres rigides non pesantes.

La lecture des moments n'est pas possible directement (voir également la section C.8 du wiki).

On doit repartir d'un doublon (N,M) dans la nervure, par exemple, et recalculer le moment à partir d'un diagramme linéaire de contraintes).



Enveloppe (ELU N,M) (1.35G+1.35Qtravée), nervure de rive (poutre 1)



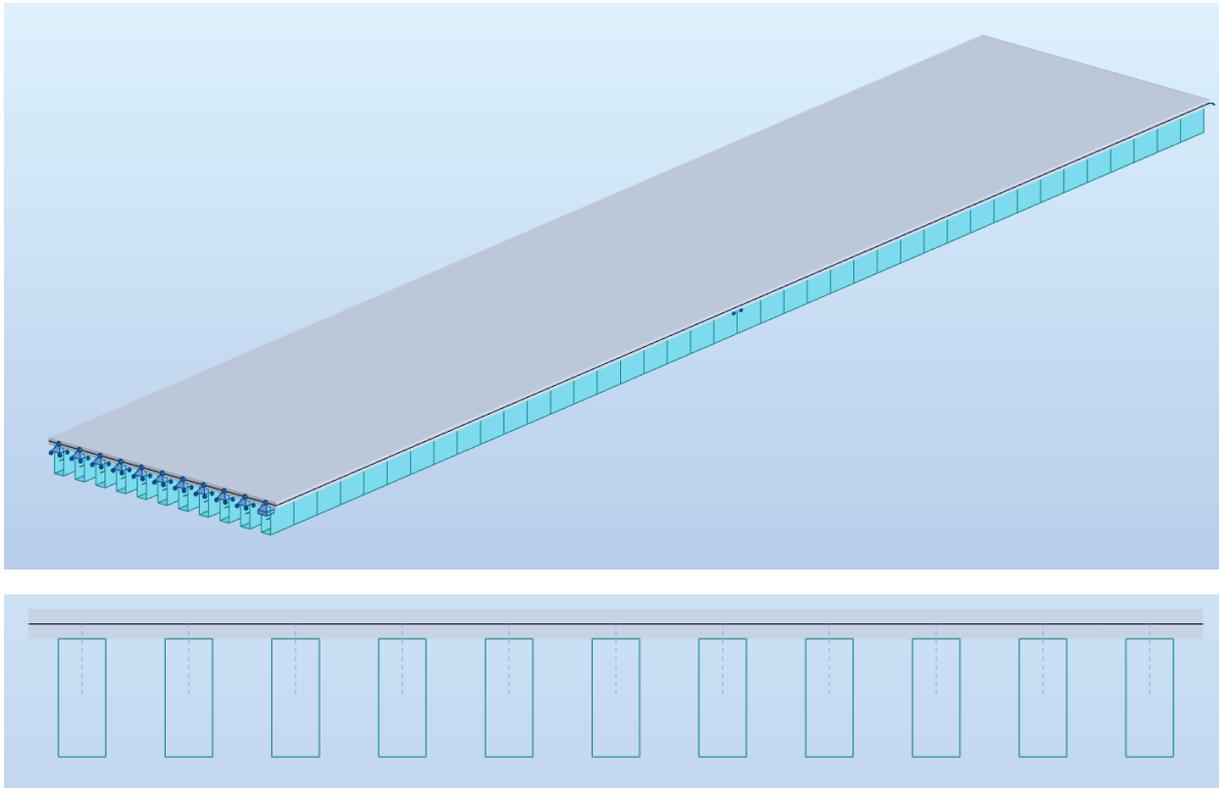
Enveloppe (ELU N,M) (1.35G+1.35Qtravée), seconde nervure (poutre n°2)

Un avantage de ce type de modèle est la possibilité de définir un phasage de construction et des éléments ayant des matériaux différents sans passer par des coefficients d'équivalence, le cas échéant.

3.4 Approche barres + coques

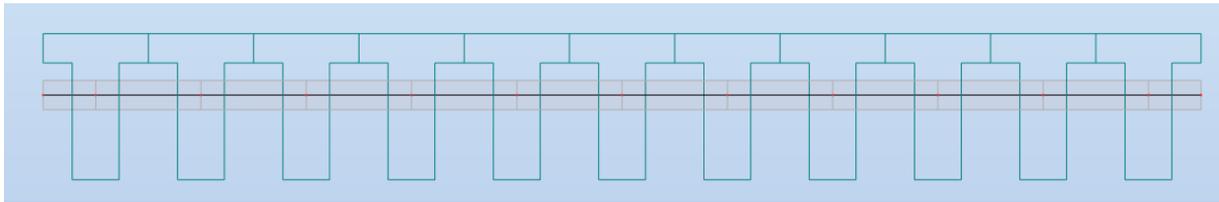
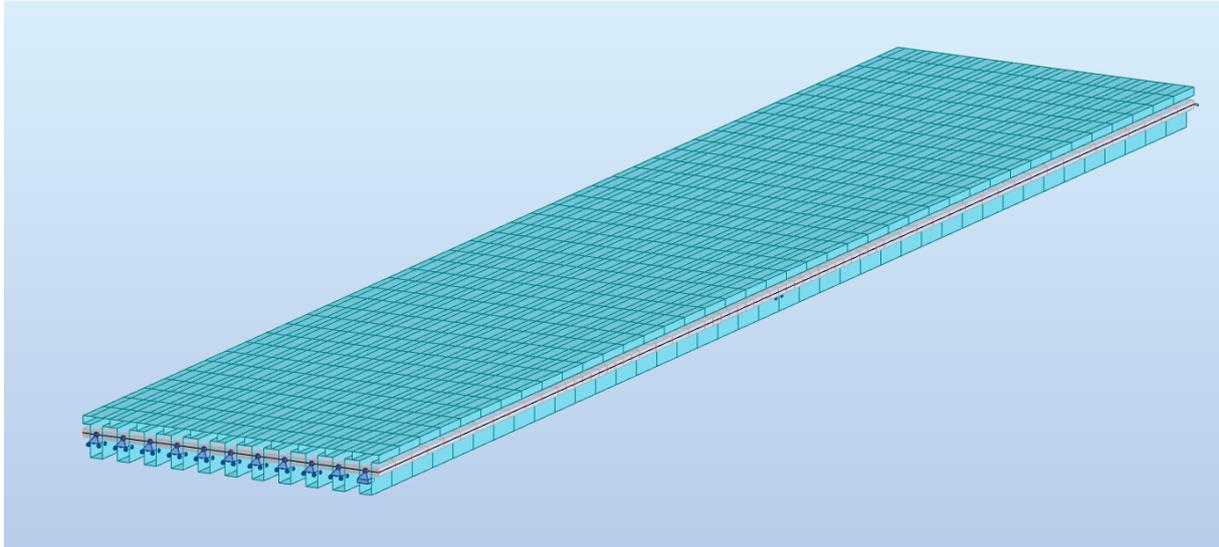
3.4.1 Modèle avec hourdis excentré – modèle EF1

Ce modèle est tout à fait comparable au modèle présenté au § précédent, mais le grillage de poutre qui modélise le hourdis est remplacé par des éléments finis de type coque.



3.4.2 Modèle avec hourdis non excentré – modèle EF2

On se réfère au « Guide pour l'évaluation structurale et la réparation des Viaducs à travées Indépendantes à Poutres Préfabriquées précontraintes par post-tension (VIPP) » - réf [13] : une possibilité est de laisser le hourdis concourant avec l'axe neutre de poutres longitudinales, dont la section droite est composée de la retombée et du hourdis (ce qui rapproche ce modèle du premier grillage de poutres).



Il est clair que cette approche surestime légèrement la rigidité globale longitudinale mais offre une simplification dans l'exploitation des résultats - L'influence de cette simplification reste à vérifier au cas par cas en comparant $I_{poutre(*)} + I_{hourdis}$ à I_{poutre} - voir les références [12] et [13].

Dans le cas présent : $I_{hourdis} = 0.90 * 0.25^3 / 12 = 0.00117 \text{ m}^4$

$I_{poutre} = 0.09076 \text{ m}^4$ (voir Annexe 1)

Ecart relatif $I_{poutre(*)} + I_{hourdis} / I_{poutre}$: +1.29%, ce qui est très faible.

(*) poutre=retombée + hourdis affecté

4 Comparaison des résultats

4.1 Réactions d'appui

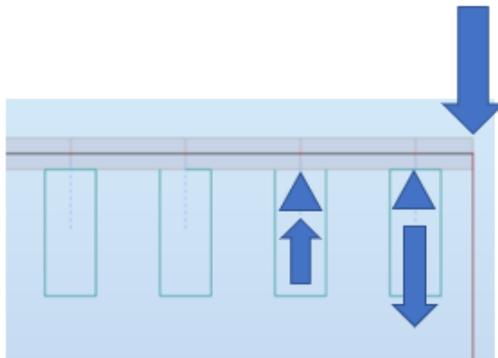
On calcule les réactions « ELS », i.e. on cumule G+Q (Travée 1 ou 1+2). Les cas unitaires sont donnés en annexe 1.

Logique de comparaison :

- Colonne « %1 » = $\max(\text{Grill1}, \text{Grill2}, \text{EF1}, \text{EF2}) / \min(\text{Grill1}, \text{Grill2}, \text{EF1}, \text{EF2}) - 1$
- Colonne « %2 » = $\text{Guyon-Massonnet} / \text{Moyenne}(\text{Grill1}, \text{Grill2}, \text{EF1}, \text{EF2}) - 1$

Il est à noter que la rive du tablier a été volontairement chargée pour amplifier certains phénomènes.

- Les écarts sont faibles entre les réactions des modèles en grillages barres et en grillages barres + coques,
- En revanche, entre l'approche Guyon-Massonnet et l'approche grillages, les écarts sont relativement importants jusqu'à 33%, sur les premières poutres. Les études menées au CEREMA menaient aux mêmes constats -réf [11].
- Deux raisons principales à ces écarts :
 - pour partie du fait que l'effet de la charge de 5 kN/m en rive de console, et dans une moindre mesure le poids même de l'encorbellement, n'est pas correctement appréhendé par le calcul Guyon-Massonnet qui ne tient pas compte de l'effet réel de l'excentrement de la charge,



- pour une plus grande part, du fait que les coefficients de répartition sont assez fiables pour la répartition des moments (réf [11]), mais sont assez erronés pour estimer la part des charges proches des appuis qui passe réellement dans une poutre.

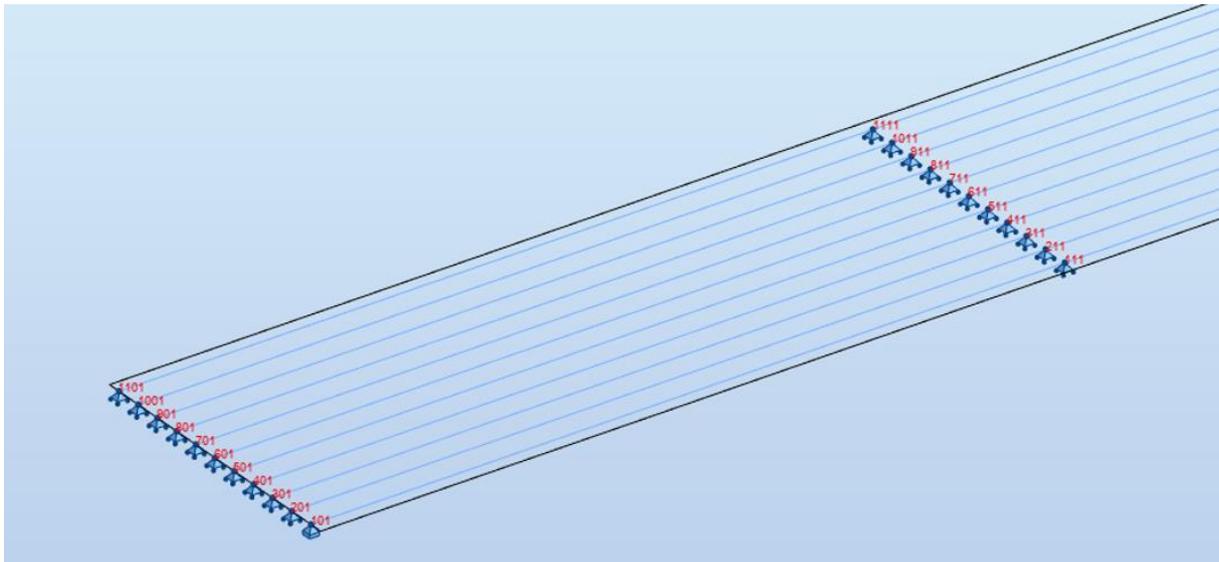
On se référera utilement au dossier PRAD73 du SETRA qui précise la correction à apporter :

Soit x l'abscisse longitudinale de la charge P , comptée à partir de l'axe d'appui et e l'espacement entre poutres :

- a) si $x = 0$ la répartition transversale se fait en supposant le hourdis articulé sur les poutres.
- b) si $x \geq 4e$ la répartition transversale obéit aux hypothèses GUYON-MASSONNET.
- c) si $0 < x < 4e$ la répartition transversale se fait de la manière suivante :
 - la fraction $(1 - \frac{x}{4e}) P$ se répartit en supposant le hourdis articulé sur les poutres.
 - la fraction $(\frac{x}{4e}) P$ se répartit selon le modèle GUYON-MASSONNET.

Il est à noter que malgré ces écarts, les programmes de calculs automatiques considéraient que les charges réparties de type A(l) (UDL de nos jours) pouvaient être réparties légitimement avec les coefficients de la méthode de Guyon-Massonnet.

Repérage des nœuds d'appui :



101 = poutre 1 sur culée

111 = poutre 1 appui central

201 = poutre 2 sur culée

211 = poutre 2 sur appui central

Etc...

ELS MAX							
Appui	GM	Grill1	Grill2	EF1	EF2	%1	%2
101	247.5	366.5	373.8	361.3	365.8	3%	-33%
111	793.5	1023.0	1028.3	1019.1	1015.3	1%	-22%
201	236.0	199.3	197.4	223.6	215.0	13%	13%
211	759.2	763.4	758.9	804.2	786.4	6%	-2%
301	224.5	238.4	238.7	224.7	223.2	7%	-3%
311	725.1	751.5	748.6	743.5	743.5	1%	-3%
401	213.4	196.3	195.0	196.2	197.3	1%	9%
411	692.6	652.6	650.7	645.5	651.3	1%	7%
501	203.7	185.3	183.2	181.3	183.5	2%	11%
511	664.4	611.1	608.4	598.7	607.1	2%	10%
601	196.0	177.0	175.2	173.8	176.1	2%	12%
611	642.0	587.7	585.2	575.7	584.7	2%	10%
701	190.3	173.1	171.7	169.7	172.0	2%	11%
711	625.9	575.7	573.8	564.2	572.9	2%	9%
801	186.6	170.7	170.0	168.3	170.1	1%	10%
811	615.8	569.9	569.0	561.4	568.8	2%	9%
901	184.6	173.7	173.4	170.0	170.3	2%	7%
911	610.9	576.5	576.1	569.6	572.4	1%	6%
1001	183.9	165.3	167.8	171.0	166.0	3%	10%
1011	610.0	564.2	568.3	592.6	583.5	5%	6%
1101	184.1	210.6	212.3	215.4	215.7	2%	-14%
1111	612.1	691.0	693.1	690.9	681.8	2%	-11%
						max:	max:
Σ	9602	9623	9619	9621	9622	13%	33%

Réactions d'appui G+Q

- ➔ peu d'écart entre les modèles grill,
- ➔ écarts plus conséquents entre Guyon-Massonnet et les grills, mais raisonnable, sauf pour la poutre de rive (33%).

4.2 Moments et tranchants

Les moments et tranchants par la méthode de Guyon Massonnet sont calculés en affectant à ces efforts le même coefficient de répartition que précédemment.

Les modèles Grillage1 et EF2 permettent de récupérer les efforts directement dans les barres, les modèles Grillage2 et EF1, nécessitent de les recalculer à l'aide d'une « moulinette ».

4.2.1 Méthode de Guyon-Massonnet

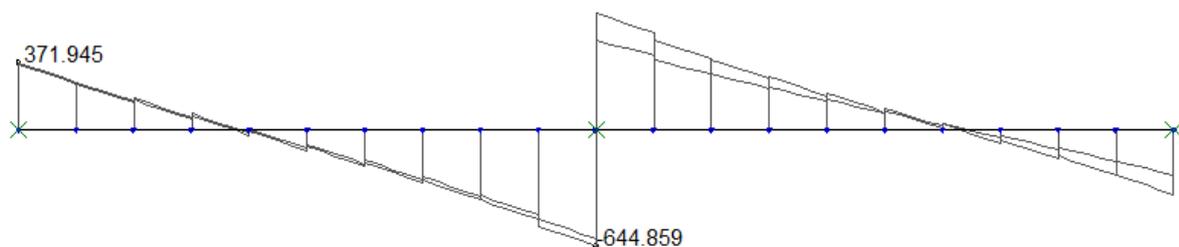
On rappelle ci-après les efforts dans chaque poutre calculés avec l'approche Guyon-Massonnet (non pondérés dans ce tableau).

	Coefficients de Guyon-Massonnet -> à diviser par 11										
Poutre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Y=	-4.5	-3.6	-2.7	-1.8	-0.9	0	0.9	1.8	2.7	3.6	4.5
Super répartie	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Longrine gauche	3.287	2.523	1.860	1.317	0.893	0.577	0.348	0.186	0.072	-0.013	-0.081
Longrine droite	-0.081	-0.013	0.072	0.186	0.348	0.577	0.893	1.317	1.860	2.523	3.287
-> Σ longrines	3.206	2.510	1.932	1.503	1.241	1.154	1.241	1.503	1.932	2.510	3.206
q en travée	2.407	2.089	1.751	1.407	1.087	0.812	0.586	0.406	0.262	0.144	0.042
Appui	1.347	1.412	1.459	1.445	1.322	1.136	0.933	0.738	0.560	0.401	0.257

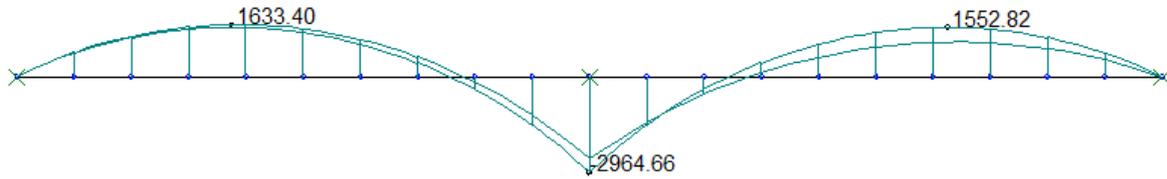
Poutre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Moment sur appui											
pp	-1198.0	-1198.0	-1198.0	-1198.0	-1198.0	-1198.0	-1198.0	-1198.0	-1198.0	-1198.0	-1198.0
Super	-2320.0	-210.9	-210.9	-210.9	-210.9	-210.9	-210.9	-210.9	-210.9	-210.9	-210.9
Longrine	-391.0	-114.0	-89.2	-68.7	-53.4	-44.1	-44.1	-53.4	-68.7	-89.2	-114.0
Travées	-2109.0	-461.5	-400.5	-335.7	-269.8	-208.4	-155.7	-112.4	-77.8	-50.2	-27.6
M=	-18389.0	-1984.4	-1898.6	-1813.3	-1732.1	-1661.4	-1605.6	-1565.4	-1540.2	-1527.8	-1520.9
Moment en travée 1											
pp	674.0	674.0	674.0	674.0	674.0	674.0	674.0	674.0	674.0	674.0	674.0
Super	1305.0	118.6	118.6	118.6	118.6	118.6	118.6	118.6	118.6	118.6	118.6
Longrine	220.0	64.1	50.2	38.6	30.1	24.8	23.1	24.8	30.1	38.6	50.2
Travées	1615.0	353.4	306.7	257.1	206.6	159.6	119.2	86.0	59.6	38.5	21.1
M=	10774.0	1210.1	1149.5	1088.4	1029.3	977.0	934.9	903.5	882.3	869.7	862.9
Tranchant C0											
pp	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0	144.0
Super	278.0	25.3	25.3	25.3	25.3	25.3	25.3	25.3	25.3	25.3	25.3
Longrine	47.0	13.7	10.7	8.3	6.4	5.3	4.9	5.3	6.4	8.3	10.7
Travées	295.0	64.6	56.0	47.0	37.7	29.2	21.8	15.7	10.9	7.0	3.9
V=	2251.0	247.5	236.0	224.5	213.4	203.7	196.0	190.3	186.6	184.6	183.9
Tranchant P1, gauche											
pp	-240.0	-240.0	-240.0	-240.0	-240.0	-240.0	-240.0	-240.0	-240.0	-240.0	-240.0
Super	-464.0	-42.2	-42.2	-42.2	-42.2	-42.2	-42.2	-42.2	-42.2	-42.2	-42.2
Longrine	-78.0	-22.7	-17.8	-13.7	-10.7	-8.8	-8.2	-8.8	-10.7	-13.7	-17.8
Travées	-422.0	-92.3	-80.1	-67.2	-54.0	-41.7	-31.2	-22.5	-15.6	-10.1	-5.5
V=	-3682.0	-397.3	-380.1	-363.1	-346.8	-332.7	-321.5	-313.5	-308.4	-305.9	-306.5

4.2.2 Modèle Grill1

- Effort tranchant ELU:

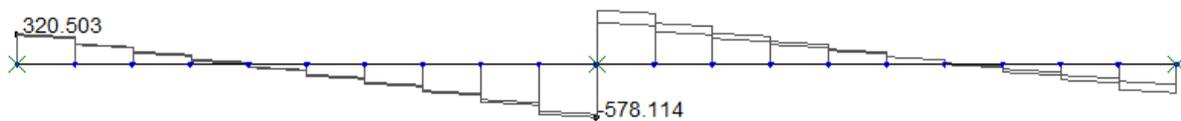


- Moments ELU:



4.2.3 Modèle Grill2

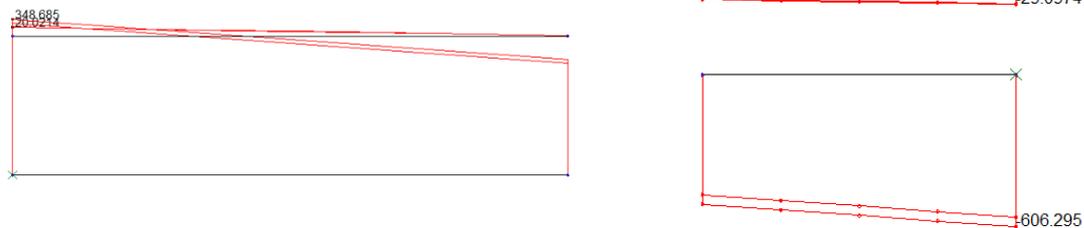
- Effort tranchant ELU :



- Effort tranchant hourdis et nervure, ELU :

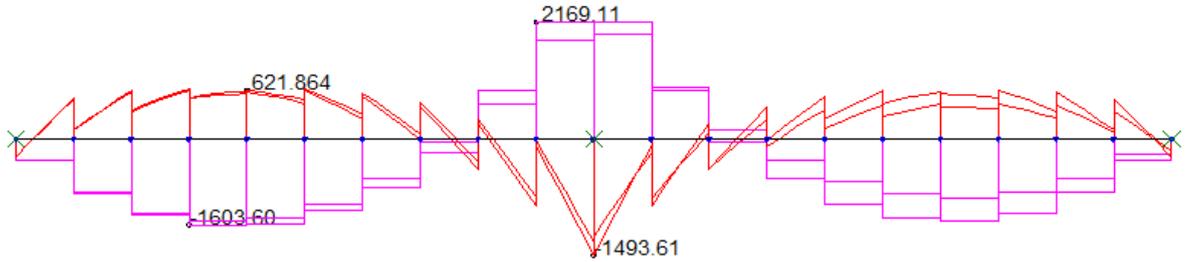


Si l'on charge les retombées, on aboutit à la même somme mais la répartition est différente :



En cas d'utilisations de grillages ne pas oublier de sommer le tranchant vertical dans les deux barres de la poutre échelle pour obtenir le tranchant dans la section composée.

▪ Efforts N et M, ELU



D'où les torseurs évalués :

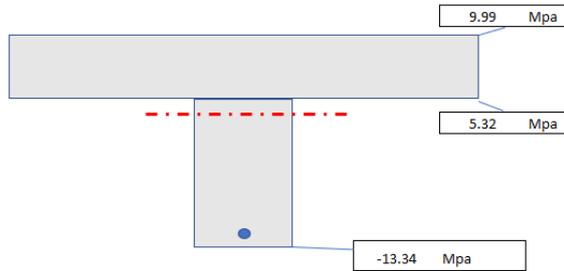
Torseur:
 N= **-1604.0** kN M= **622.0** kN.m

Table 0.25 x **0.84** m² (la largeur participante est calculée)
 Retombée 0.40 x 1.00 m²

	fibre inf	fibre sup
$\sigma(N)$	-4.01 Mpa	-4.01 Mpa
$\sigma(M)$	-9.33 Mpa	9.33 Mpa
$\sigma(N+M)$	-13.34 Mpa	5.32 Mpa

il s'en déduit, pour la nervure:
 vsup= 0.285 m et $\sigma_{sup,table}$ = 9.99 Mpa
 vinf= 0.715 m

Intégration des contraintes:
 Moment calculé= **1645** KN.m



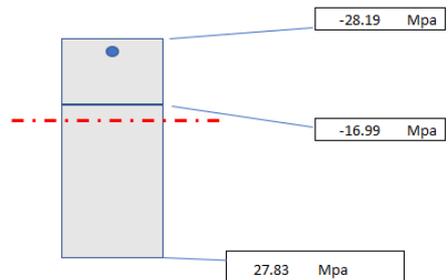
Torseur:
 N= **2169.0** kN M= **-1494.0** kN.m

Table 0.25 x **0.38** m² (la largeur participante est calculée)
 Retombée 0.40 x 1.00 m²

	fibre inf	fibre sup
$\sigma(N)$	5.42 Mpa	5.42 Mpa
$\sigma(M)$	22.41 Mpa	-22.41 Mpa
$\sigma(N+M)$	27.83 Mpa	-16.99 Mpa

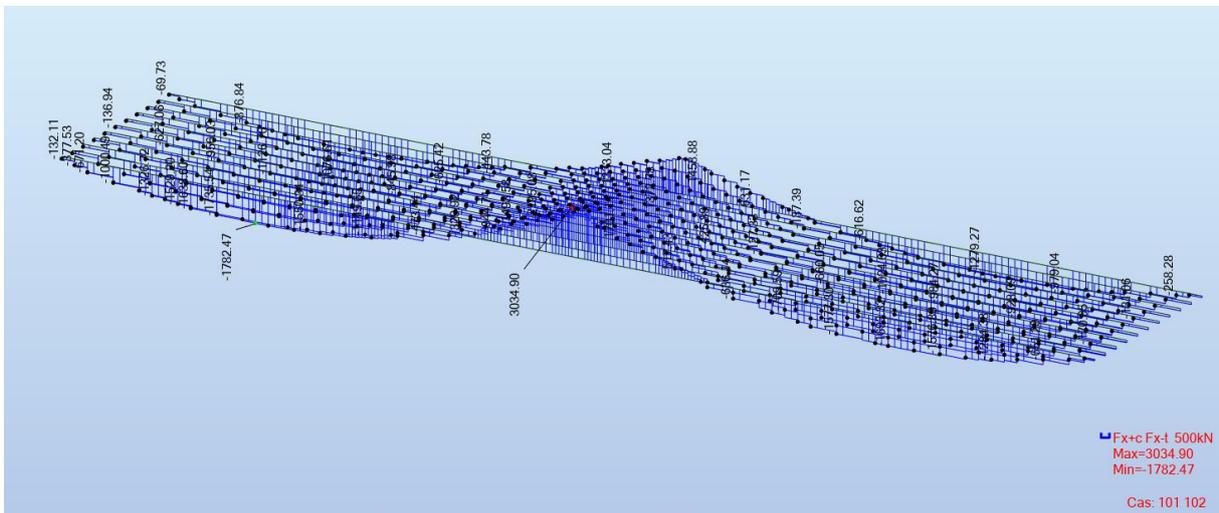
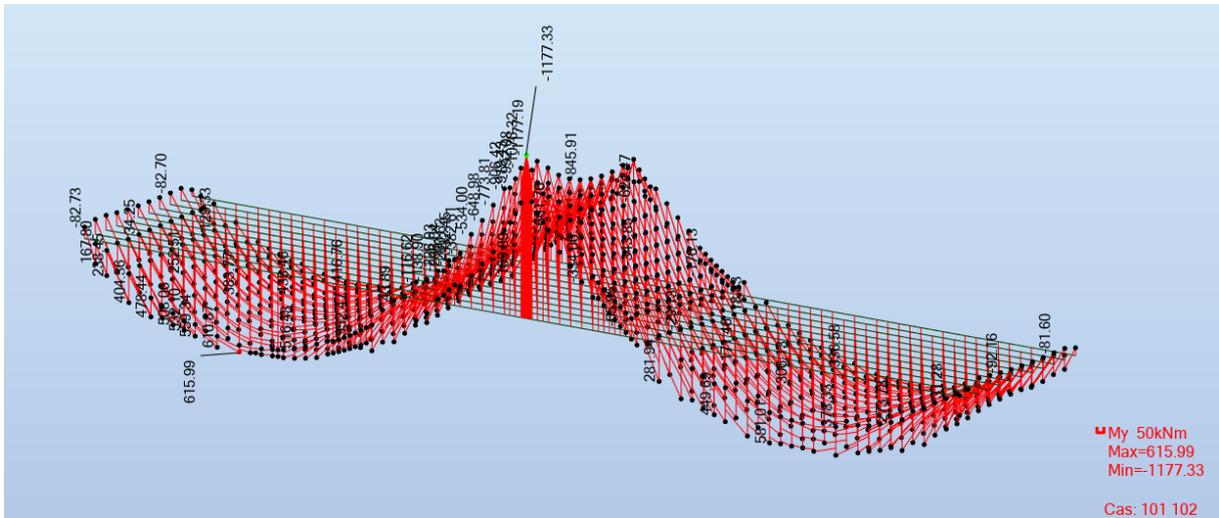
il s'en déduit, pour la nervure:
 vsup= 0.379 m et $\sigma_{sup,table}$ = -28.19 Mpa
 vinf= 0.621 m

Intégration des contraintes:
 Moment calculé= **-2872** KN.m



4.2.4 Modèle EF1

- Travée MELU=601 et NELU=-1783 kN
- Appui MELU=-1177 et NELU=3035 kN

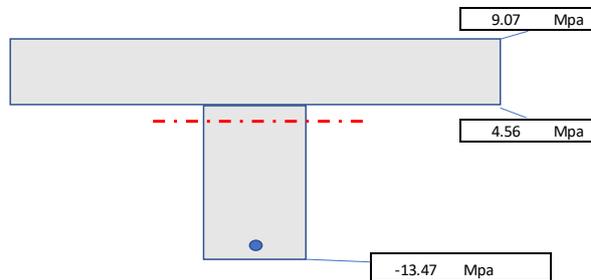


Torseur:
 N= **-1783.0** kN M= **601.0** kN.m
 Table 0.25 x **1.05** m² (la largeur participante est calculée)
 Retombée 0.40 x **1.00** m²

	fibre inf	fibre sup
$\sigma(N)$	-4.46 Mpa	-4.46 Mpa
$\sigma(M)$	-9.02 Mpa	9.02 Mpa
$\sigma(N+M)$	-13.47 Mpa	4.56 Mpa

il s'en déduit, pour la nervure:
 $v_{sup} = 0.253$ m et $\sigma_{sup,table} = 9.07$ Mpa
 $v_{inf} = 0.747$ m

Intégration des contraintes:
 Moment calculé= **1740** KN.m



(NDR : paradoxe, la largeur du hourdis vaut 1.05 alors qu'on ne peut en théorie avoir que 0.90 m...)

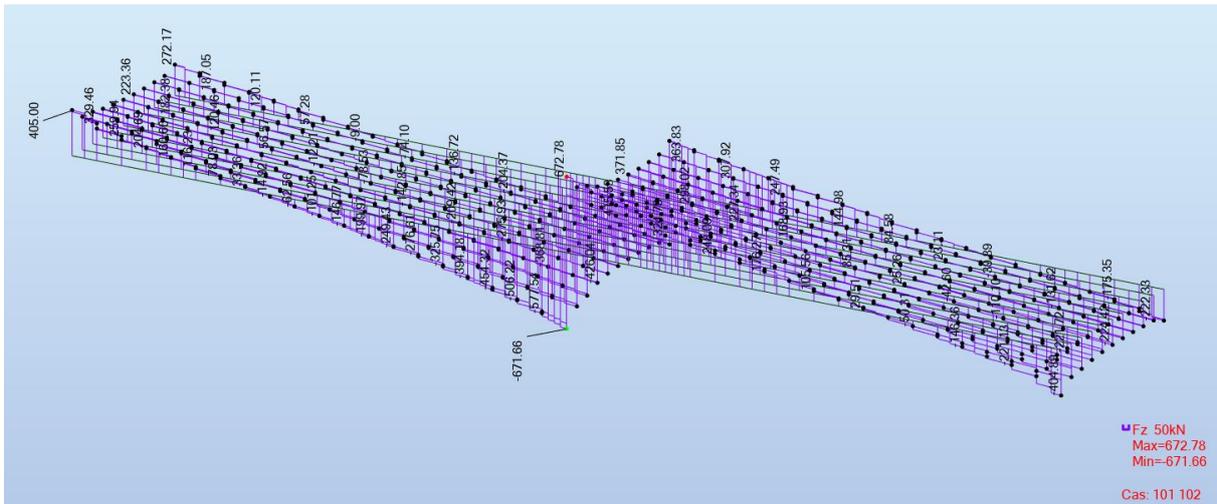
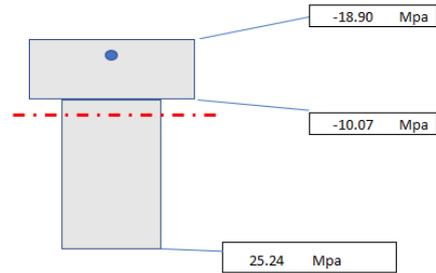
Torseur:
 N= 3035.0 kN M= -1177.0 kN.m

Table 0.25 x 0.84 m² (la largeur participante est calculée)
 Retombée 0.40 x 1.00 m²

	fibre inf	fibre sup
$\sigma(N)$	7.59 Mpa	7.59 Mpa
$\sigma(M)$	17.66 Mpa	-17.66 Mpa
$\sigma(N+M)$	25.24 Mpa	-10.07 Mpa

il s'en déduit, pour la nervure:
 vinf= 0.715 m et $\sigma_{sup,table} = -18.90$ Mpa
 vsup= 0.285 m

Intégration des contraintes:
 Moment calculé= -3112 KN.m

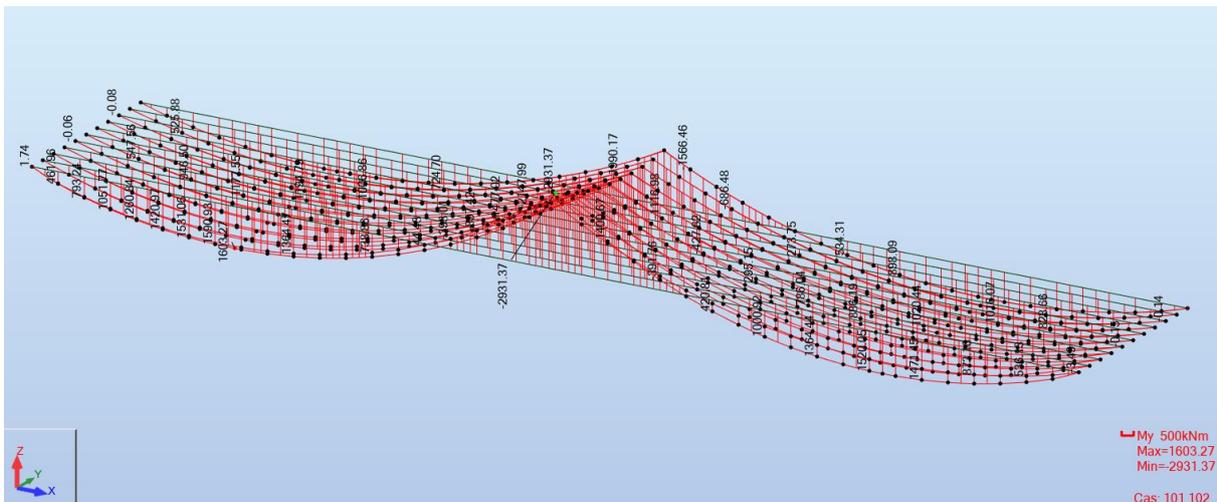


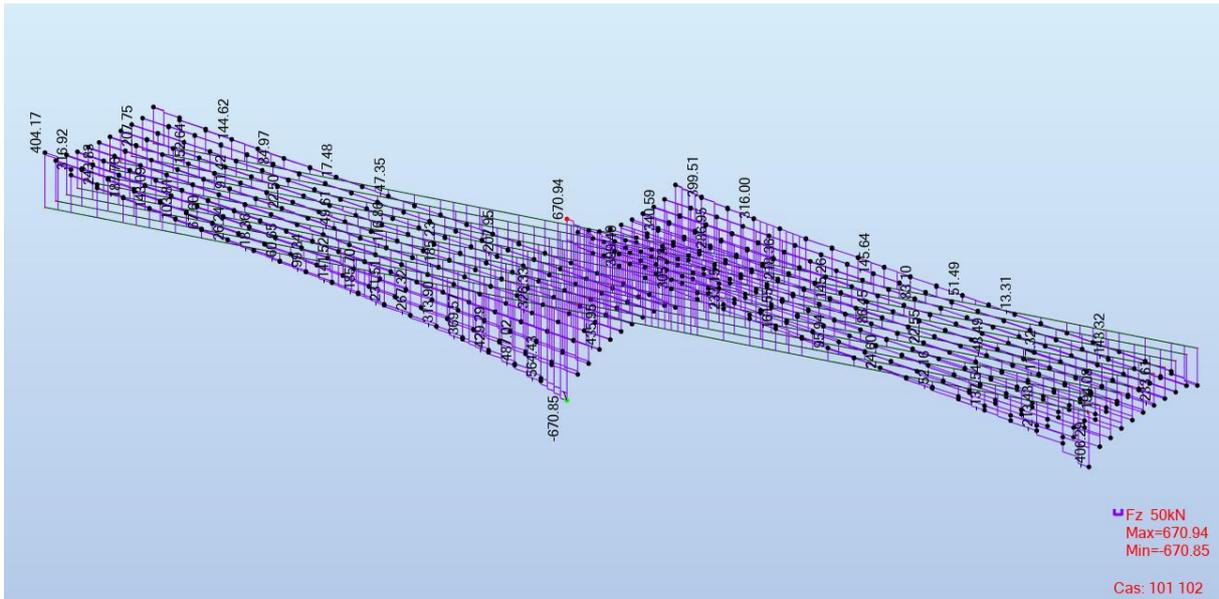
- V=405 et 672 kN respectivement.

4.2.5 Modèle EF2

On comprend l'intérêt de cette modélisation, puisque l'on a les efforts par lecture directe :

- Mtravée=1604 kN.m, Mmin=-2932 kN.m





- V=404 et 671 kN respectivement.

4.2.6 Synthèse

ENVELOPPE ELU							
	GM	Grill1	Grill2	EF1	EF2	%1	%2
Mtravée	1634	1633	1645	1740	1604	8%	-1%
Mappui	-2679	-2964	-2872	-3112	-2932	8%	10%
/Vculée/	334	372	369	405	404	10%	-14%
/Vappui/	536	645	635	672	671	6%	-18%

On note que les écarts sur les moments sont « relativement » faibles, à la fois avec l'approche Guyon-Massonnet et les autres approches.

Pour le tranchant comme auparavant, et avec logique, pour les réactions d'appui les écarts sont bien plus importants entre la méthode Guyon-Massonnet et les autres modèles (de 15 à 20 %) – pour la poutre de rive et pour une charge répartie.

4.3 Charge à proximité directe d'un appui

Nous allons étudier l'incidence d'une charge placée à proximité d'un appui :



Réactions d'appui globales

Coefficients de Guyon-Massonnet -> à diviser par 11												
Poutre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Y=	-4.5	-3.6	-2.7	-1.8	-0.9	0	0.9	1.8	2.7	3.6	4.5	
Appui	1.347	1.412	1.459	1.445	1.322	1.136	0.933	0.738	0.56	0.401	0.257	
Réaction Culée C0												
R=	188.0	23.0	24.1	24.9	24.7	22.6	19.4	15.9	12.6	9.6	6.9	4.4

On remarque immédiatement que les coefficients de répartition de Guyon-Massonnet restent proches d'une valeur de 1.40 sur les 5 premières poutres, *i.e.* l'approche Guyon-Massonnet va supposer que cette charge se répartit quasi uniformément dans ces 5 poutres (pour rappel, l'établissement de la méthode suppose des chargements sinusoidaux répartis sur toute la longueur de la poutre, ce qui n'est évidemment pas le cas ici).

Résultats (rappel, charge seule) :

On note un écart de 80% sur celle seule réaction ! Le nœud 401 est l'appui de la 4^e poutre sur la culée de la travée chargée :

FORCE PROCHE DE L'APPUI							
Appui	GM	Grill1	Grill2	EF1	EF2	%1	%2
101	23.0	-1.3	-1.4	-0.7	-0.8	-51%	-2326%
111	1.8	2.1	1.9	1.8	1.8	16%	-4%
121	-0.2	-0.6	-0.5	-0.5	-0.5	-6%	-54%
201	24.1	6.8	6.0	4.6	5.5	50%	321%
211	1.9	2.2	2.2	2.3	2.4	8%	-15%
221	-0.3	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-24%	24%
301	24.9	21.5	20.6	30.8	30.5	49%	-3%
311	2.0	2.1	2.2	2.1	2.2	3%	-7%
321	-0.3	-0.3	-0.3	-0.3	-0.3	-11%	-7%
401	24.7	133.4	136.9	118.1	117.2	17%	-80%
411	2.0	2.0	2.1	2.1	2.1	6%	-4%
421	-0.3	-0.3	-0.3	-0.3	-0.3	-4%	0%

501	22.6	21.4	20.6	30.3	29.9	47%	-12%
511	1.8	1.8	2.0	1.9	1.9	6%	-5%
521	-0.2	-0.3	-0.3	-0.3	-0.2	-6%	-3%
601	19.4	3.9	3.4	3.0	3.5	30%	467%
611	1.5	1.7	1.7	1.8	1.7	6%	-9%
621	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-3%	-11%
701	15.9	1.8	1.5	1.5	1.7	24%	870%
711	1.3	1.4	1.4	1.5	1.4	5%	-12%
721	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-5%	-21%
801	12.6	0.8	0.6	0.7	0.8	33%	1652%
811	1.0	1.2	1.1	1.2	1.2	5%	-13%
821	-0.1	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-4%	-34%
901	9.6	0.2	0.1	0.4	0.5	261%	3075%
911	0.8	0.8	0.7	0.8	0.8	12%	-4%
921	-0.1	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-19%	-41%
1001	6.9	1.3	1.5	0.8	0.8	101%	521%
1011	0.5	0.8	0.8	0.7	0.8	24%	-28%
1021	-0.1	-0.3	-0.3	-0.2	-0.2	-26%	-73%
1101	4.4	-2.4	-2.4	-1.9	-2.1	-22%	-302%
1111	0.4	-1.1	-1.1	-1.2	-1.2	-15%	-131%
1121	0.0	0.2	0.2	0.1	0.1	62%	-132%
						max:	max:
Σ	201	200	200	200	200	261%	3075%

Tableau des réactions d'appui



Cependant, si l'on applique la méthode du Dossier PRAD 73...

c) si $0 < x < 4e$ la répartition transversale se fait de la manière suivante :

- la fraction $(1 - \frac{x}{4e}) P$ se répartit en supposant le hourdis articulé sur les poutres.

- la fraction $(\frac{x}{4e}) P$ se répartit selon le modèle GUYON-MASSONNET.

La charge a été appliquée sur la poutre pour simplifier les calculs, on aura donc :

$R = (1 - 1.25/4/0.90) * 200 + 1.25/4/0.90 * 1.445/11 * 200 = 140$ kN, valeur tout à fait en phase avec les réactions des modèles de calcul en grillage.

Si l'on recherche des efforts relativement précis sur les appareils d'appui, on ne peut pas se dispenser de tenir compte de la méthode du dossier PRAD 73.

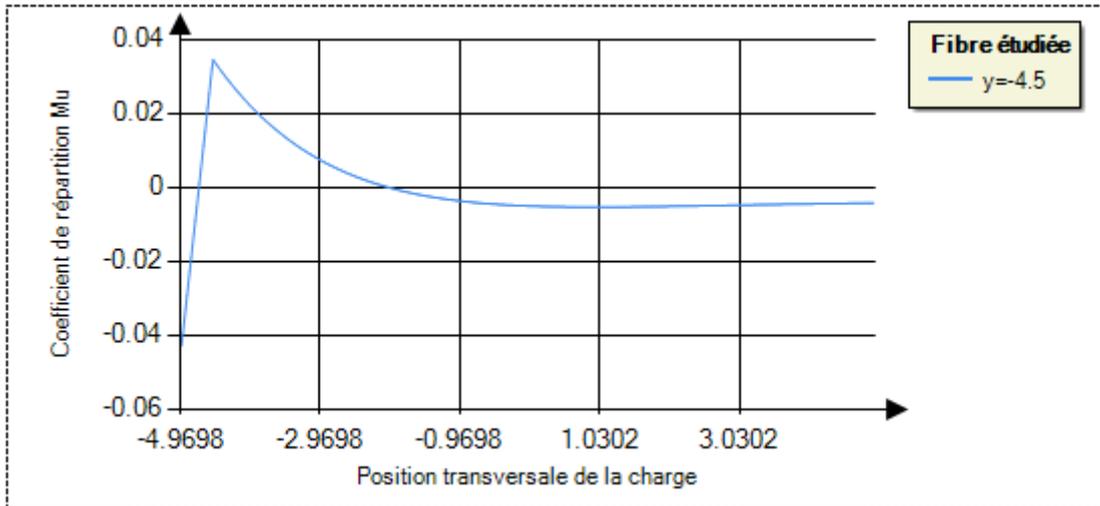
Ceci vient bien sûr singulièrement compliquer les calculs que l'on pourrait chercher à automatiser, mais reste indispensable.

4.4 Charge en console

Ce court chapitre vise à montrer les écarts que l'on pourrait avoir entre un calcul Guyon-Massonnet, EF et manuel.

On a placé une charge ponctuelle de 100 kN/m en rive de tablier.

- Guyon-Massonnet – coefficient μ :



Le calcul nécessite un développement en série de Fourier et la prise en compte de 3 harmoniques, au moins. On aboutit à : -23.3 kN.m/m :

Fibre étudiée (m) - y :

Charges couteaux

m

+Y

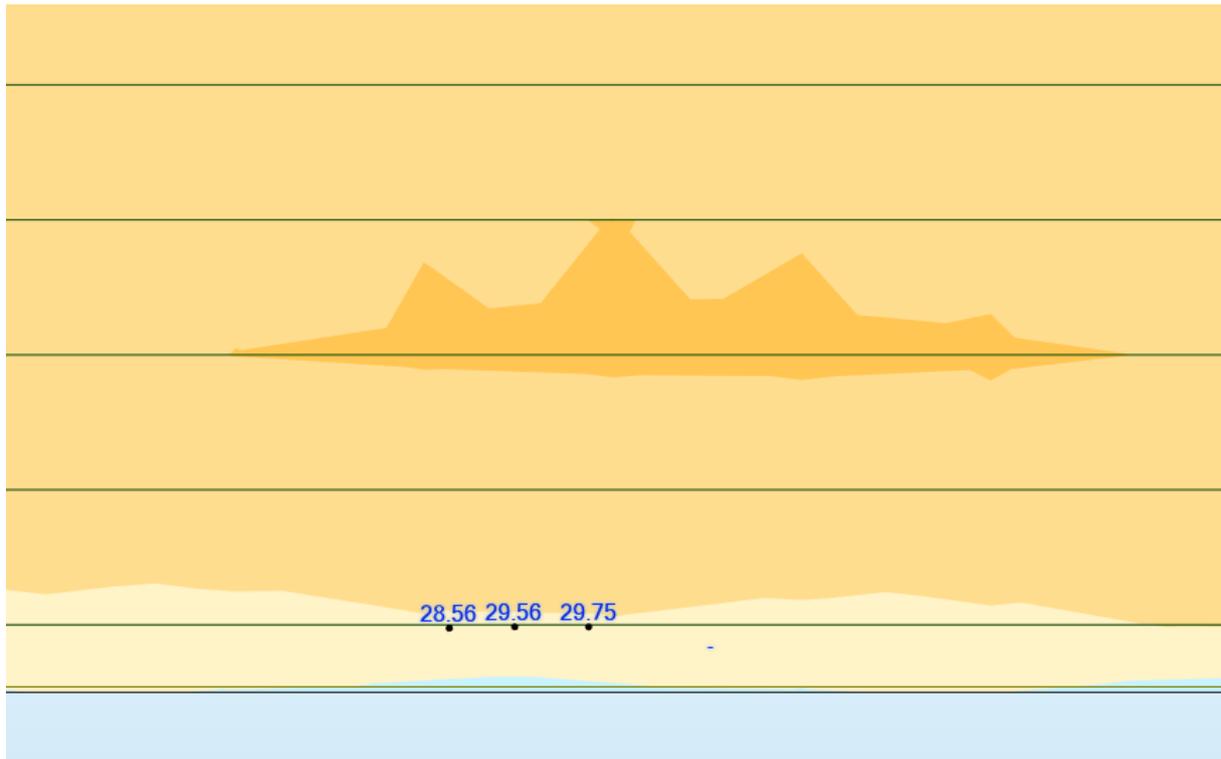
-Y

My (kN.m/m)

	Ytrans(m)	p(kN/ml)
▶	-4.95	100
*		

- Calcul manuel : $M = -100 \text{ kN/m} \cdot 0.45 \text{ m} = -45 \text{ kN.m/m}$

- Calcul EF:



$M=30 \text{ kN.m/m}$

Conclusion :

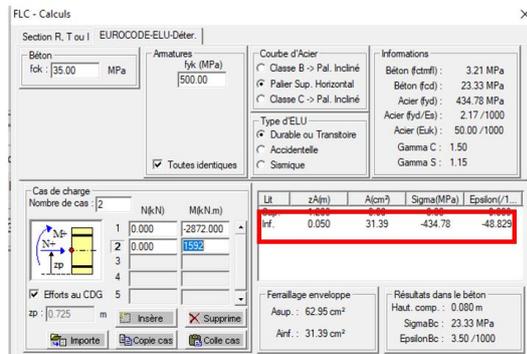
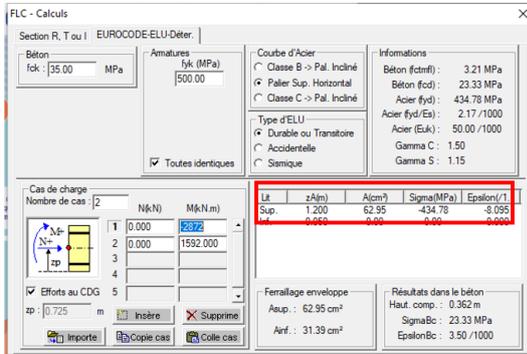
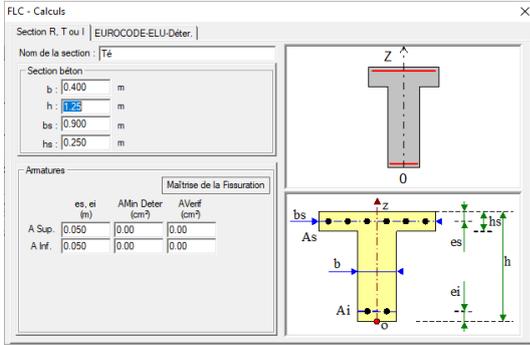
On note des écarts significatifs entre les 3 approches. L'approche manuelle reste sécuritaire, d'autant plus qu'on ne tient pas compte de l'effet bénéfique « répartitionneur » d'une longrine qui existe dans de nombreux cas.

5 Calcul de ferrillages sigma automatisés

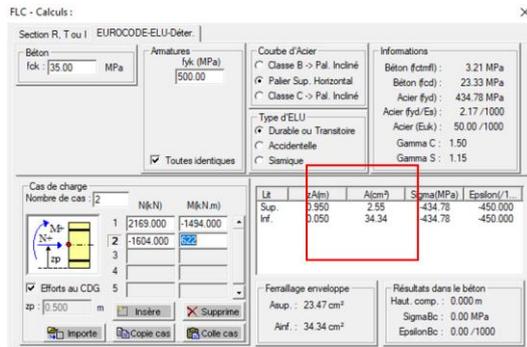
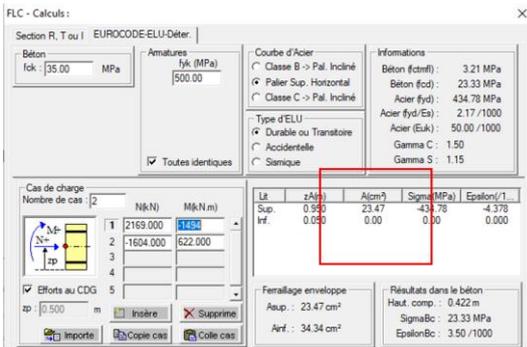
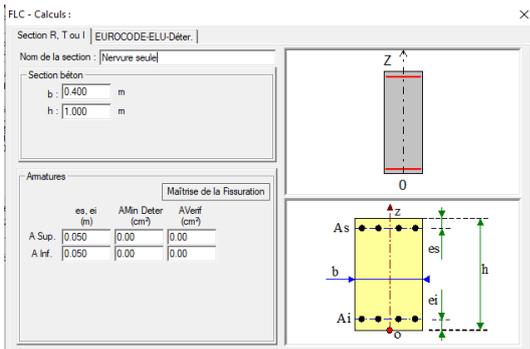
5.1 Ferrillage (automatisé) de flexion

La section [C8. du wiki](#) traite un exemple de plancher nervuré – nous reconduisons la même démarche ci-après.

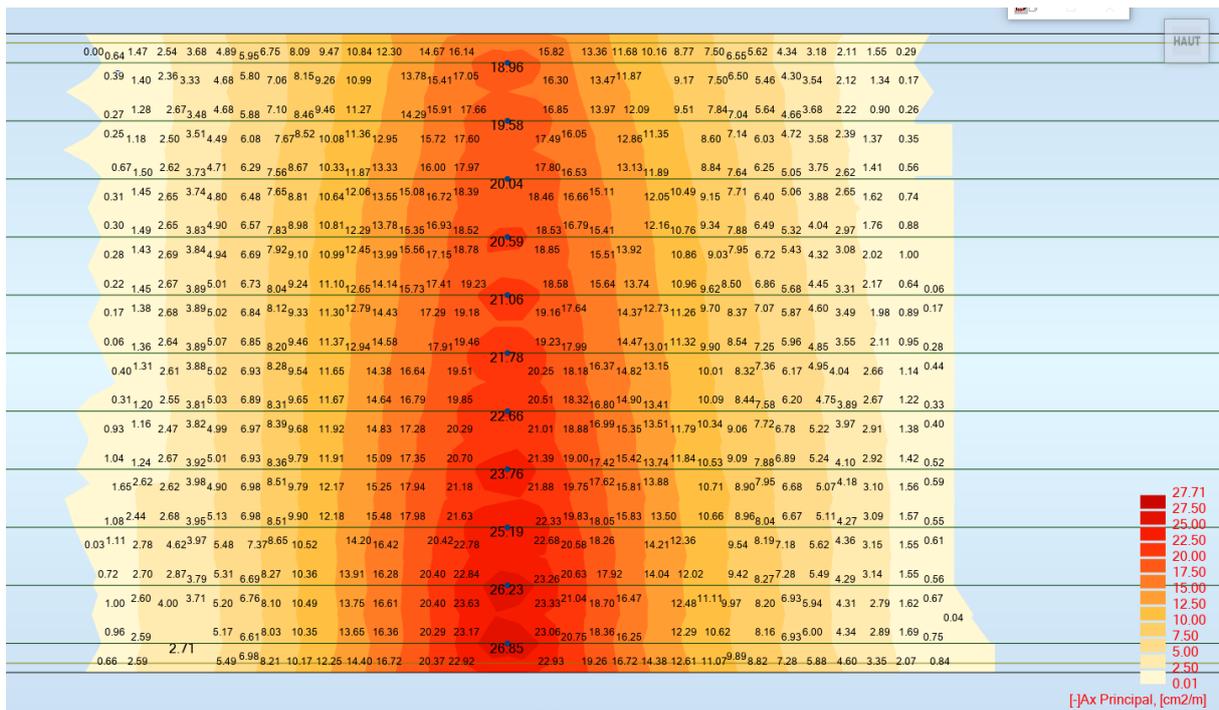
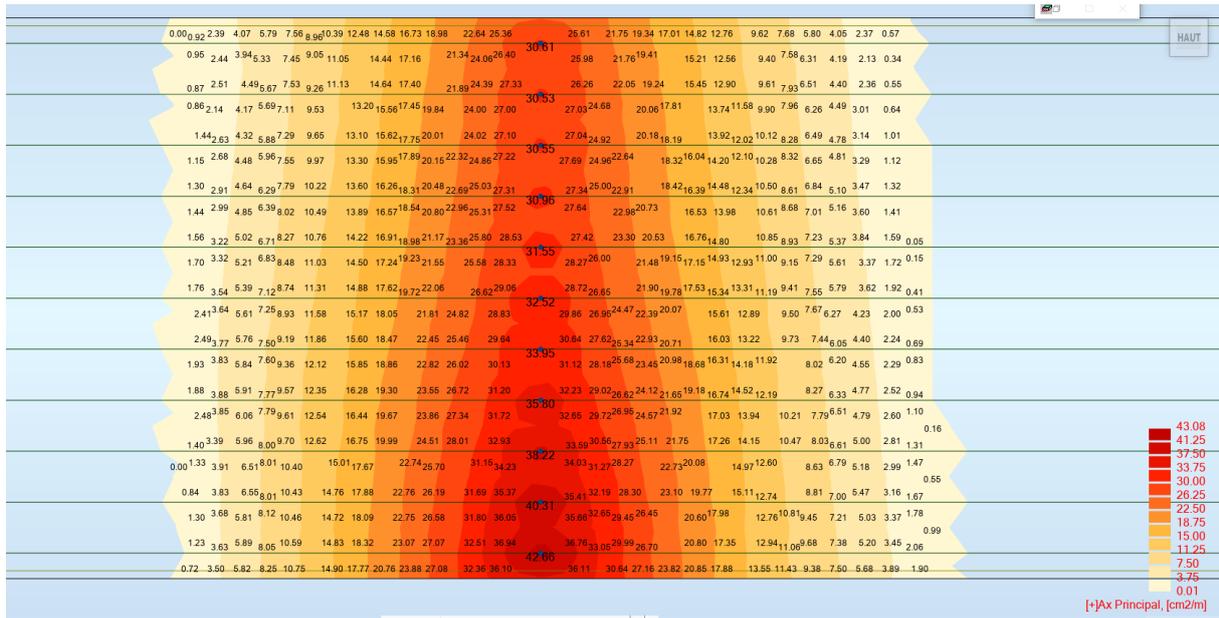
- Calcul sur les sections en T (les moments sont issus du § précédent).



- Calcul sur les nervures isolées (valeurs que l'on récupérerait d'un calcul automatisé).



- Ferrailage du hourdis (on a chargé au droit des poutres pour éviter de cumuler des effets globaux et locaux) :



SYNTHESE :

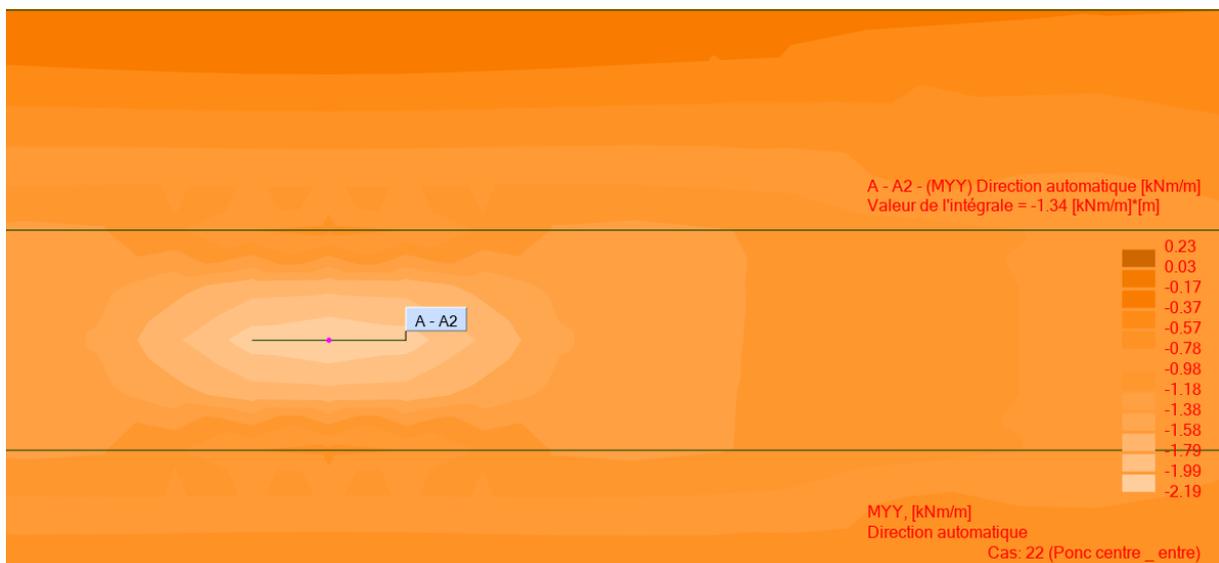
	Manuel		Automatisé	
	Appui	Travée	Appui	Travée
Hourdis, face sup (cm ² /m)	63 cm²/ 0.9 m=70 cm²/m	0.0	36.0	0.0
Hourdis, face inf (cm ² /m)	0.0	0.0	60.0	0.0
Nervure face sup (cm ²)	0.0	0.0	23.5	2.6
Nervure face inf (cm ²)	0.0	31.4	0.0	34.3

A nouveau, comme dans le corps du Wiki (section C8), utiliser les fonctionnalités de ferrailage automatique sur un modèle en poutre échelle, séparément sur l'élément supérieur et sur l'élément inférieur ne conduit pas à un ferrailage conforme aux hypothèses de calcul du béton armé. Il convient donc de recalculer un torseur global pour déterminer les armatures (sans oublier les armatures de coutures).

Attention : le modèle poutre échelle peut conduire à sous-estimer le tranchant sur le dernier tronçon si l'on charge le hourdis. (voir 4.3.2).

5.2 Ferrailage sous une charge locale (20 kN/m² sur 1.25 x 0.90 m²) (Sous ce seul cas isolé)

- Approche EF effets globaux + locaux :

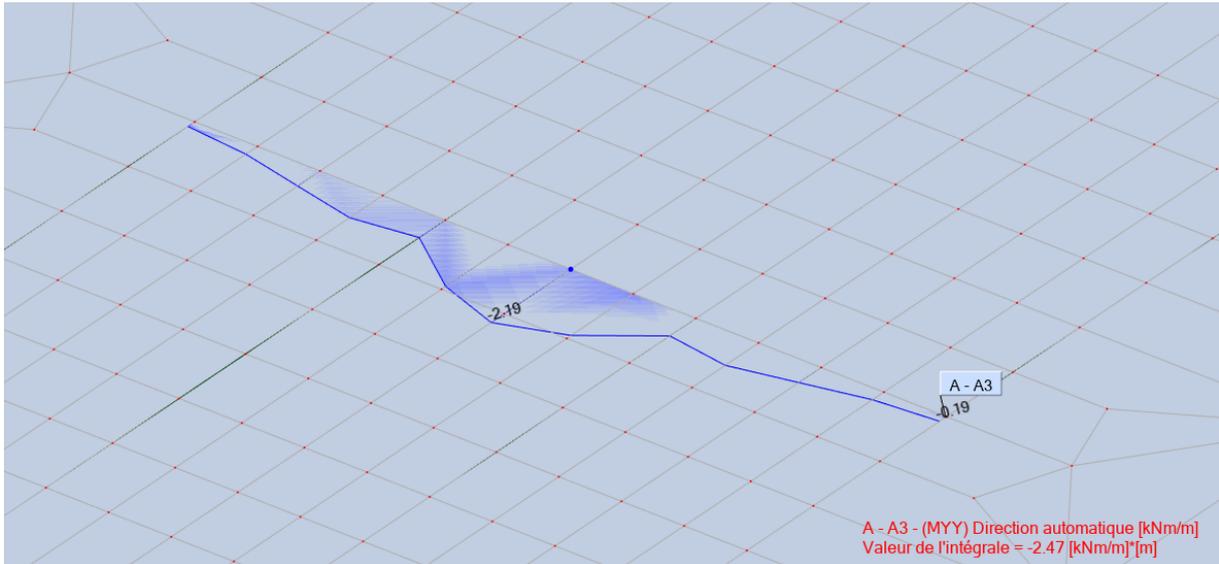


Myy, travée de hourdis, lissé=1.34 /0.625 m=**2.14** kN.m/m (fibre inférieure tendue).



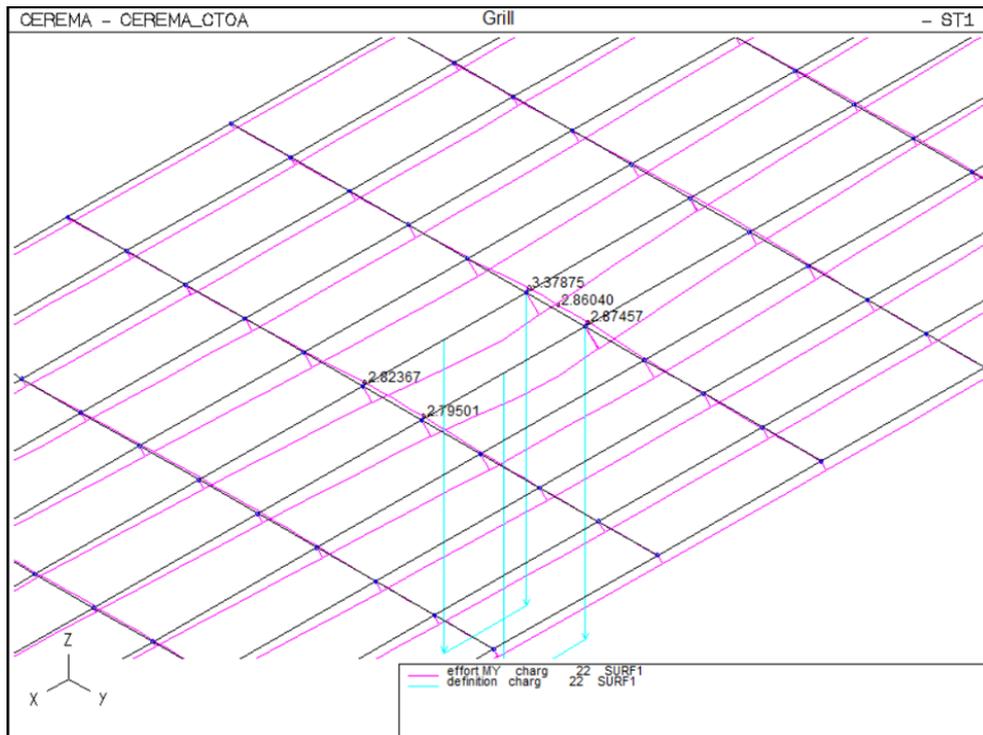
Myy, appui sur nervure : 0.47/0.625=**0.75** kN.m/m (fibre inférieure tendue également).

Coupe dans l'axe (non lissée) :



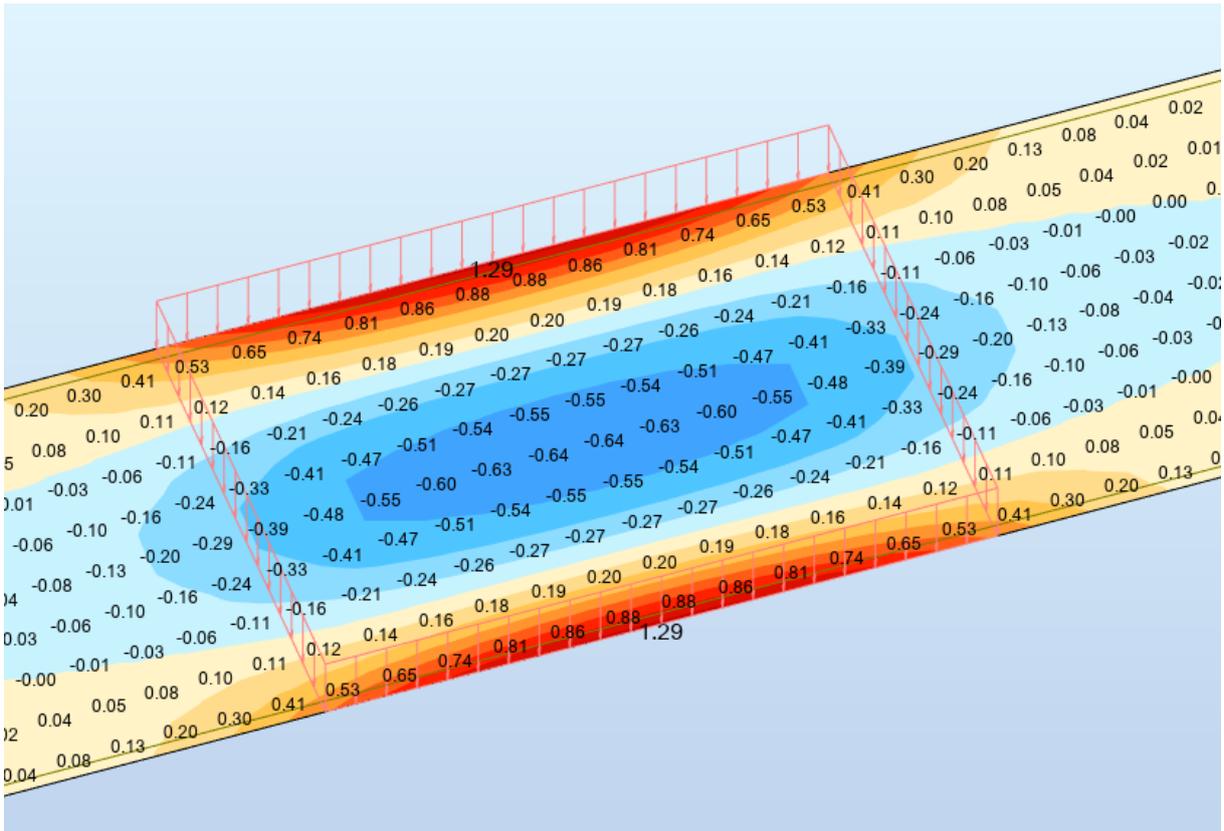
- Approche ST1, barre transversale, effets globaux :

On récupère les moments M_y dans les lanières de béton du hourdis :



Approche légèrement enveloppe : $M_{sur\ nervures} \approx 3.38 \text{ kN.m}/2.5 \text{ m} = 1.35 \text{ kN.m/m}$ (fibre inférieure tendue).

Il ne faut pas oublier de prendre en compte les efforts de **plaques bi-encastées**, car les efforts issus du modèle à barres ne traduisent que les effets globaux :



Résultats du calcul en plaque bi-encastree -Calcul avec portees de 0.90 m pour rester homogène avec le calcul EF modèle global

→ ci-dessus $M_{\text{plaque sur nervures}} = -1.29 \text{ kN.m/m}$, $M_{\text{plaque en travée}} = 0.64 \text{ kN.m/m}$

Total appui $\approx 1.35 - 1.29 \approx +0.06 \text{ kN.m/m}$ (sous ce cas de charge, dans l'axe médian)

(On constate néanmoins que le moment diminue très vite en extrémité de chargement -> il serait loisible de calculer les armatures avec le moment d'encastrement parfait qui dans le cas présent représente peu d'armatures $M = -1.29 \text{ kN.m/m} \rightarrow A_s \approx 1.29 / 0.85 / 0.22 / 30 = 0.24 \text{ cm}^2/\text{m}$)

Total en travée de hourdis = 1.35 global + 0.64 local = **1.99 kN.m/m**.

▪ Approche Guyon-Massonnet :

Choix de la travée à étudier : 1 Fibre étudiée (m) - y : 0.000
 Portée fictive: L= 22.867 m 1/2 Portée fictive (m) : 11.434

Charges réparties partielles

	Ytrans(m)	Xlong(m)	Ly(m)	Lx(m)	p(kN/m²)
▶	0.000	10.81	0.9	1.25	20
*					

My (kN.m/m)
1.1650

→ $M_{yy} = 1.20 \text{ kN.m/m}$

Dans ce cas de figure aussi, il faut rajouter les efforts de plaques bi-encastrees, on aurait donc $1.20 + 0.64 = 1.84 \text{ kN.m/m}$.

Conclusion : les 3 approches conduisent à des valeurs qui ne présentent pas d'écarts significatifs. La méthode de Guyon-Massonnet, sera extrêmement rapide, à condition de disposer d'un logiciel automatisé.

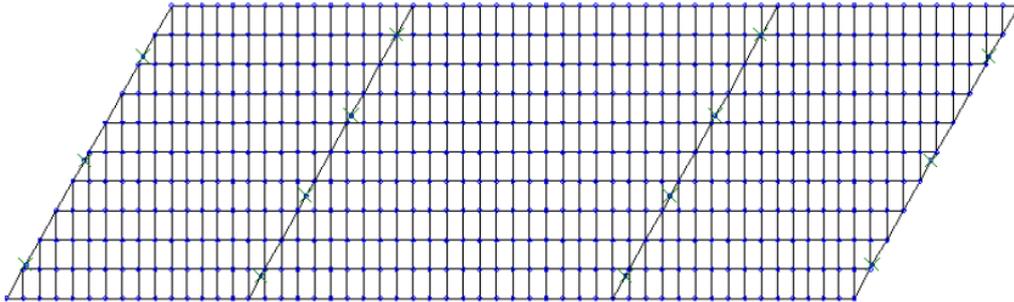
Pour un calcul en flexion locale, le modèle à barres mériterait d'être affiné (les bandes font ici 2.50 m de large pour une charge de 1.25 m de longueur).

6 Points spécifiques

6.1 Biais

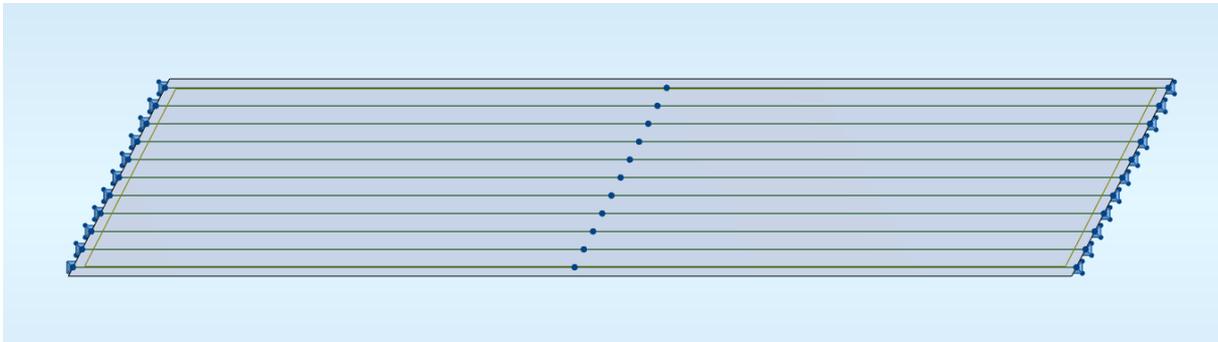
Nous allons étudier l'incidence du biais dans deux configurations, 70 grades supposé être la limite de de non prise en compte possible du biais et 50 grades. Nous partons du second modèle EF car il est très facile à modifier.

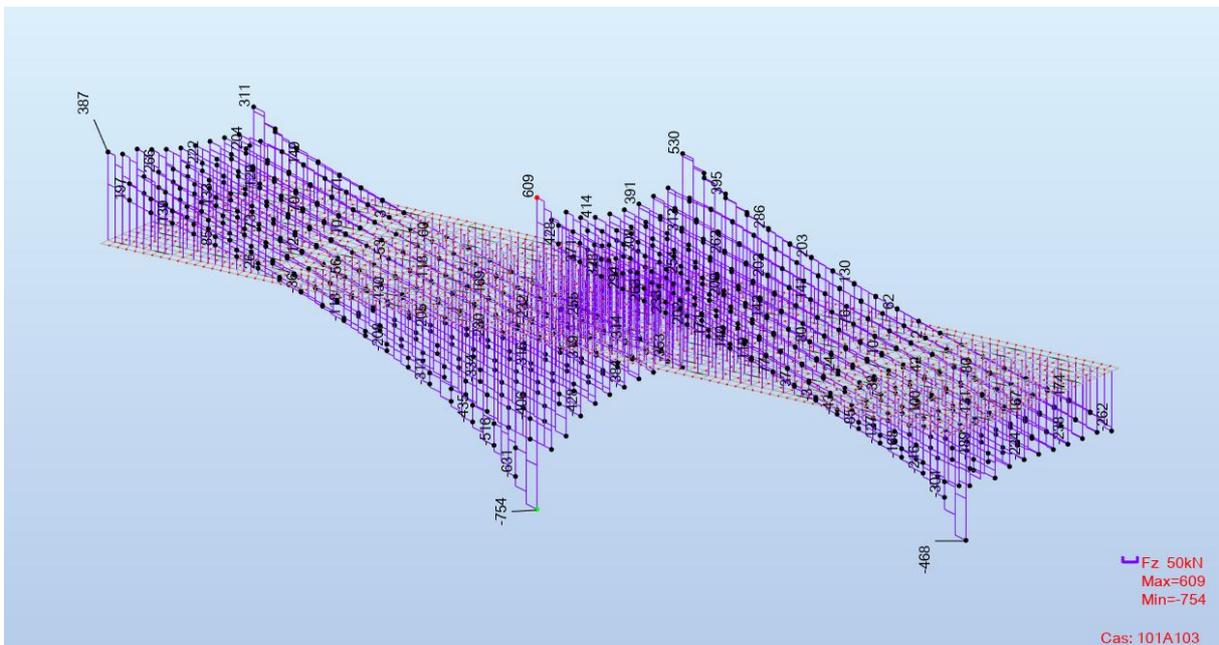
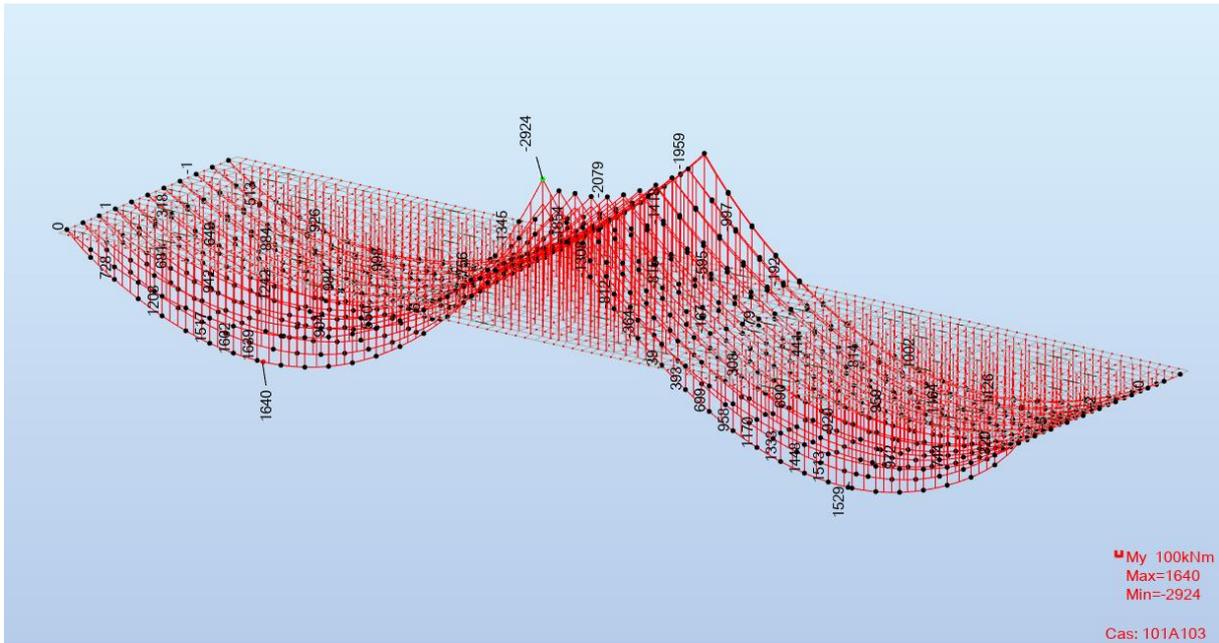
Le grillage à barres demande un calepinage spécifique des lanières transversales puisque celles-ci, malgré le biais doivent rester perpendiculaires aux nervures ; ce que l'on peut voir sur cet exemple :



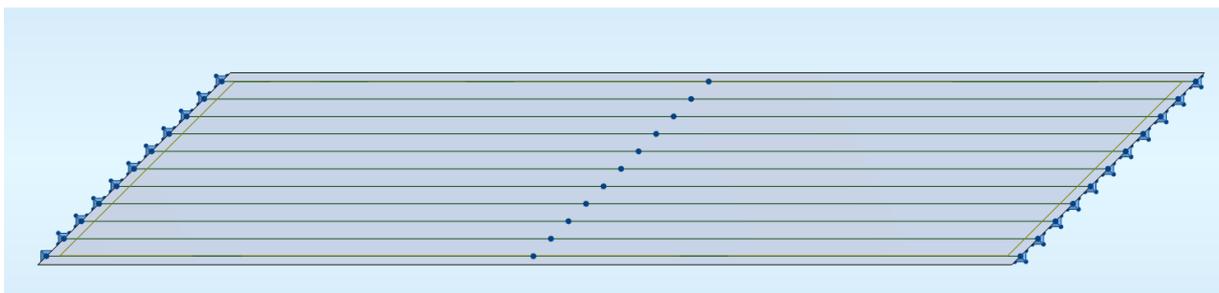
© EGIS

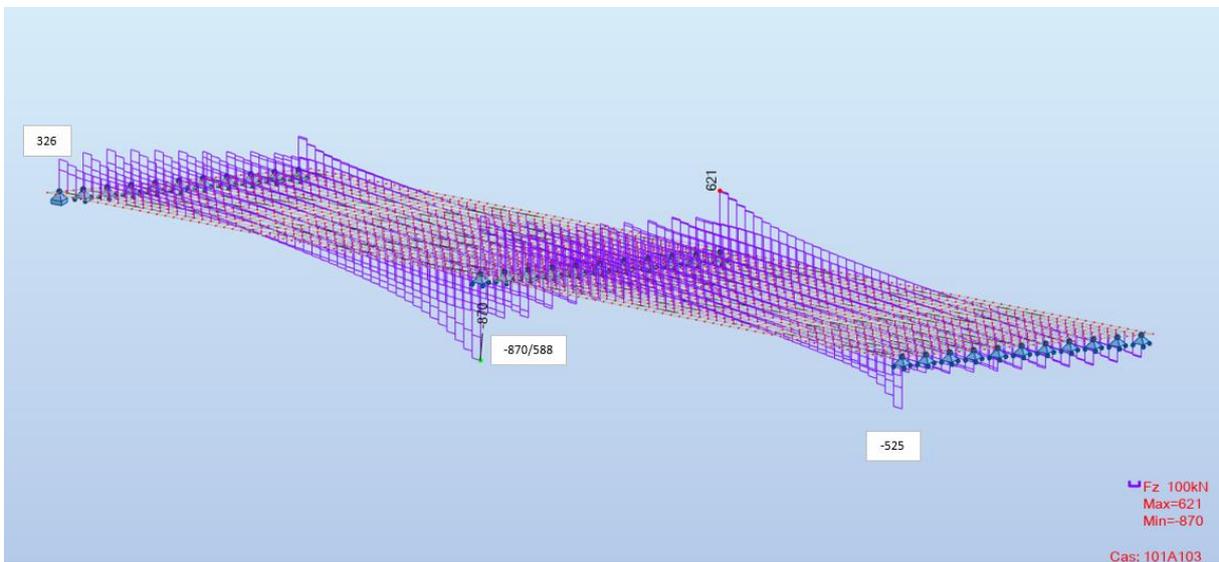
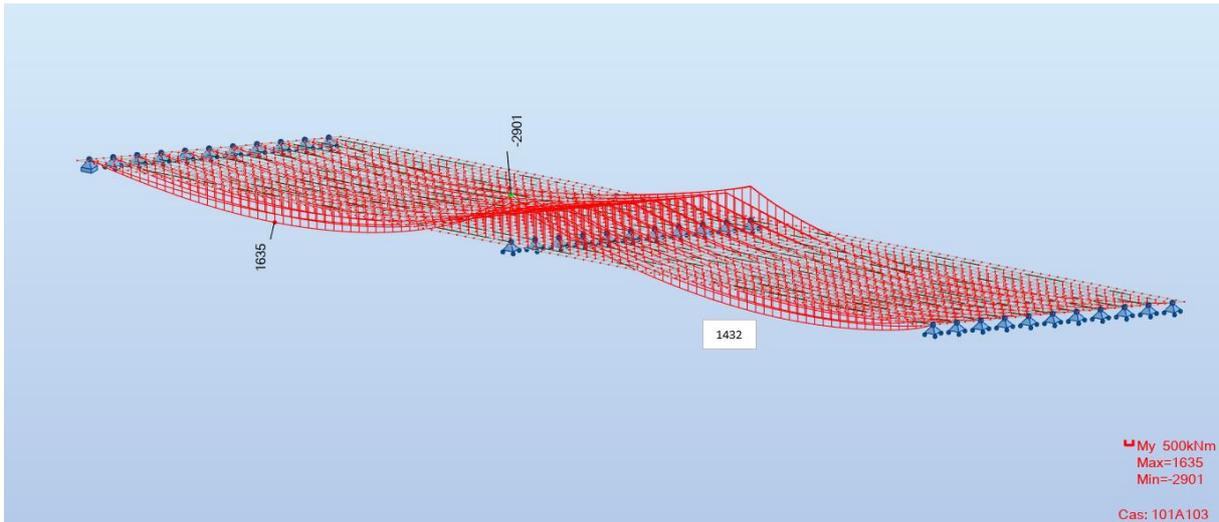
6.1.1 Modèle biais à 70 grades





6.1.2 Modèle biais à 50 grades





6.1.3 Comparaison des valeurs

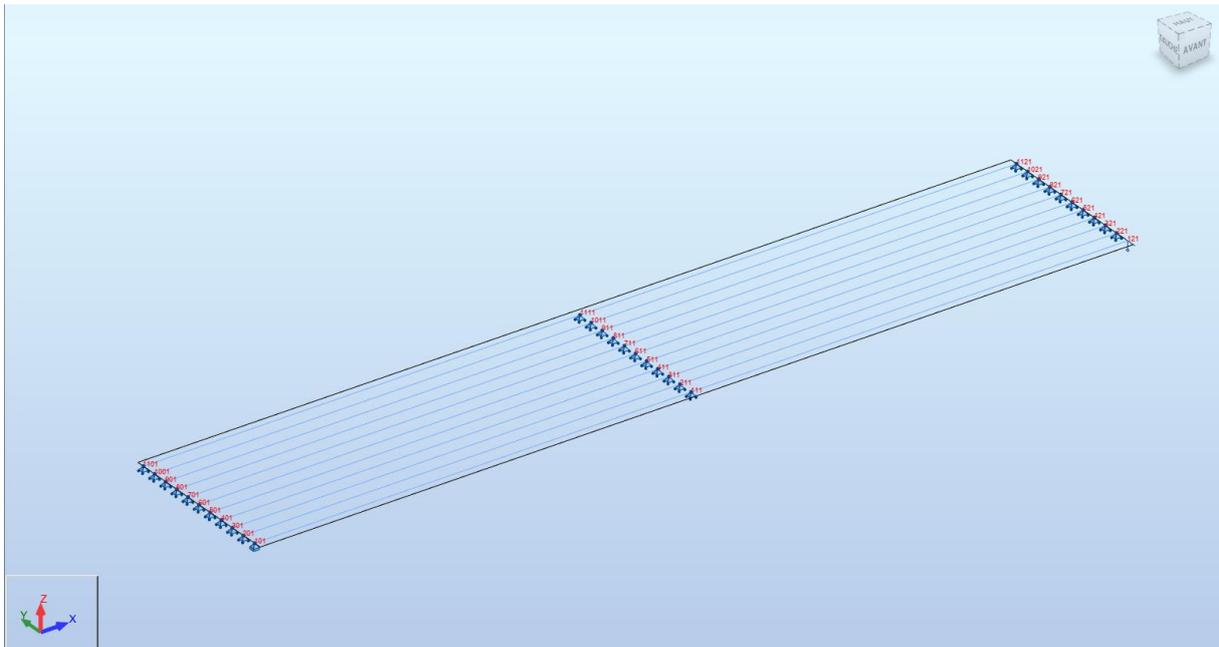
- Moments et tranchants dans la poutre la plus sollicitée :

1.35*[G+(Travée 1, Travée 2, Travée 1+2)]

ENVELOPPE ELU							
	GM	EF2	EF2 - 70 gr	EF2 - 50 gr		%1	%2
Mtravée	1634	1604	1640	1635	travée 1	2%	2%
Mappui	-2679	-2932	-2924	-2901		1%	9%
Mtravée	1634	1604	1529	1432	travée 2	12%	14%
/Vculée g/	334	404	387	326		24%	17%
/Vappui g/	536	671	754	870		30%	38%
/Vappui d/	536	671	609	588		14%	20%
/Vculée d/	334	404	468	525		30%	36%

« %2 » est l'écart relatif maxi entre les efforts Guyon-Massonnet/EF ($\% = \text{GM} / \max(\text{EF}) - 1$)

- Réactions d'appui :



Rappel de la numérotation des nœuds d'appuis pour les réactions en page suivante.

Et pour les réactions, G+Q (kN) – dénomination « EFi », i est le bais en grades :

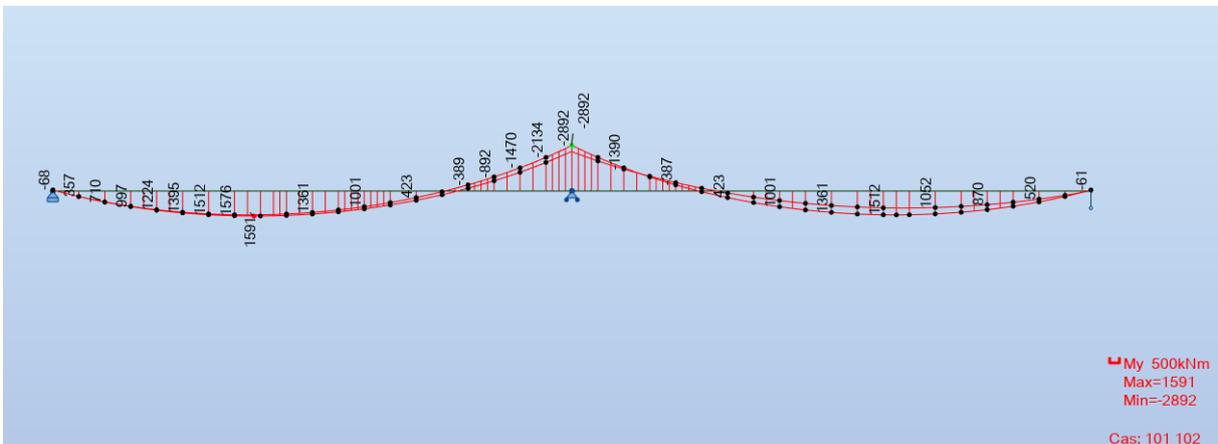
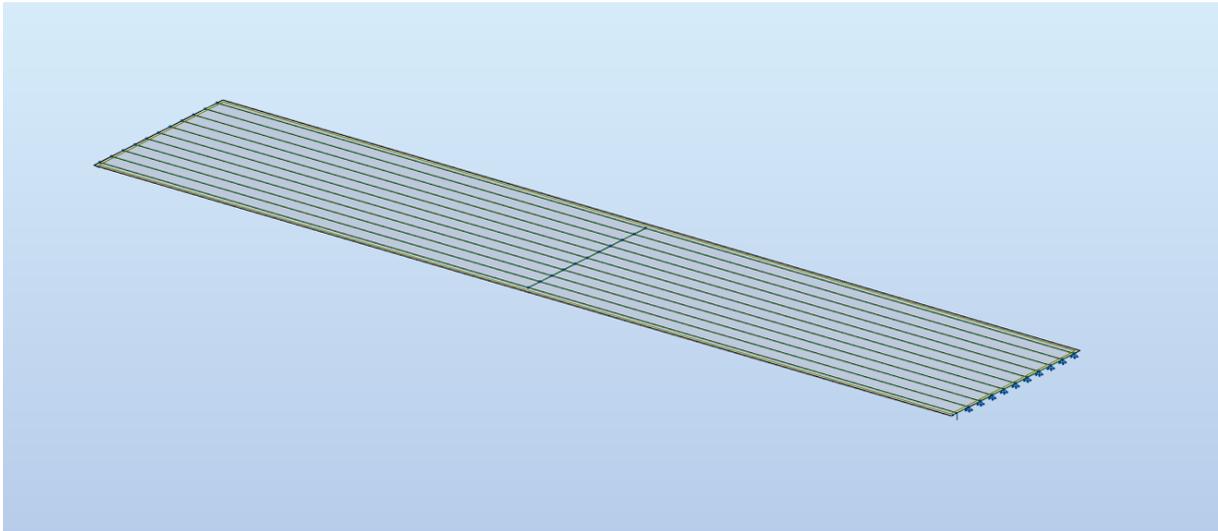
ELS						
Appui	GM	EF2	EF2 70	EF2 100/EF2 70	EF2 50	EF2 100/EF2 50
101	248	366	301	-18%	252	-31%
111	794	1015	1049	3%	1132	12%
121	248	366	436	19%	499	36%
201	236	216	239	11%	255	18%
211	759	787	749	-5%	656	-17%
221	236	214	184	-14%	164	-23%
301	224	223	238	7%	253	13%
311	725	743	740	0%	735	-1%
321	224	224	210	-6%	195	-13%
401	213	198	211	7%	222	12%
411	693	651	652	0%	650	0%
421	213	198	185	-7%	175	-12%
501	204	184	191	4%	197	7%
511	664	607	608	0%	612	1%
521	204	184	177	-4%	171	-7%
601	196	176	179	2%	180	2%
611	642	585	587	0%	586	0%
621	196	176	173	-2%	171	-3%
701	190	172	171	-1%	170	-1%
711	626	573	574	0%	575	0%
721	190	172	173	1%	174	1%
801	187	171	166	-3%	163	-5%
811	616	569	568	0%	566	-1%
821	187	171	173	1%	178	4%
901	185	170	165	-3%	159	-6%
911	611	572	570	0%	566	-1%
921	185	170	175	3%	181	6%
1001	184	166	155	-7%	142	-14%
1011	610	584	567	-3%	502	-14%
1021	184	166	174	5%	180	8%
1101	184	235	269	14%	300	28%
1111	612	682	718	5%	789	16%
1121	184	235	203	-14%	174	-26%
Σ	11853	11921	11930	19%	11924	36%

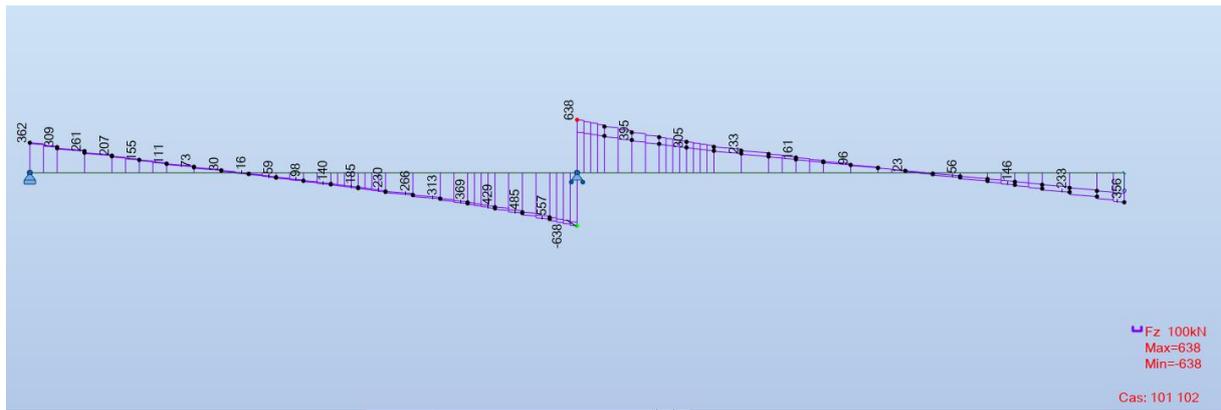
6.2 La présence d'entretoises

On rappelle les efforts sans entretoises :

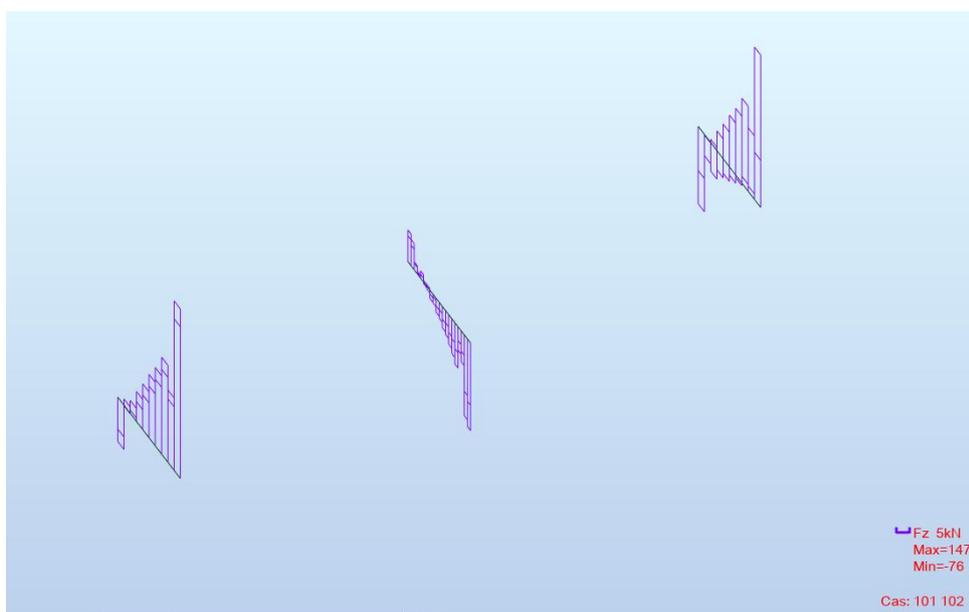
ENVELOPPE ELU							
	GM	Grill1	Grill2	EF1	EF2	%1	%2
Mtravée	1634	1633	1645	1740	1604	8%	-1%
Mappui	-2679	-2964	-2872	-3112	-2932	8%	10%
/Vculée/	334	372	369	405	404	10%	-14%
/Vappui/	536	645	635	672	671	6%	-18%

6.2.1 Entretoises uniquement sur appuis

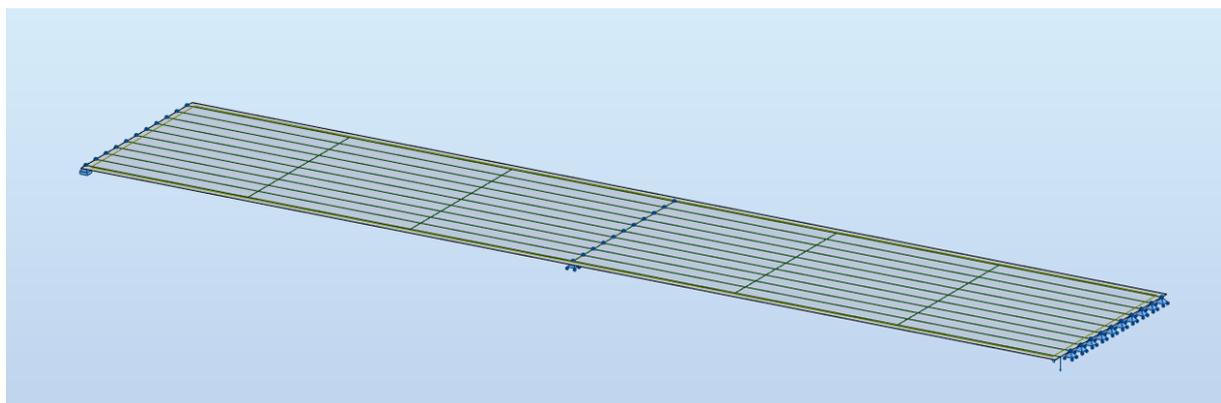


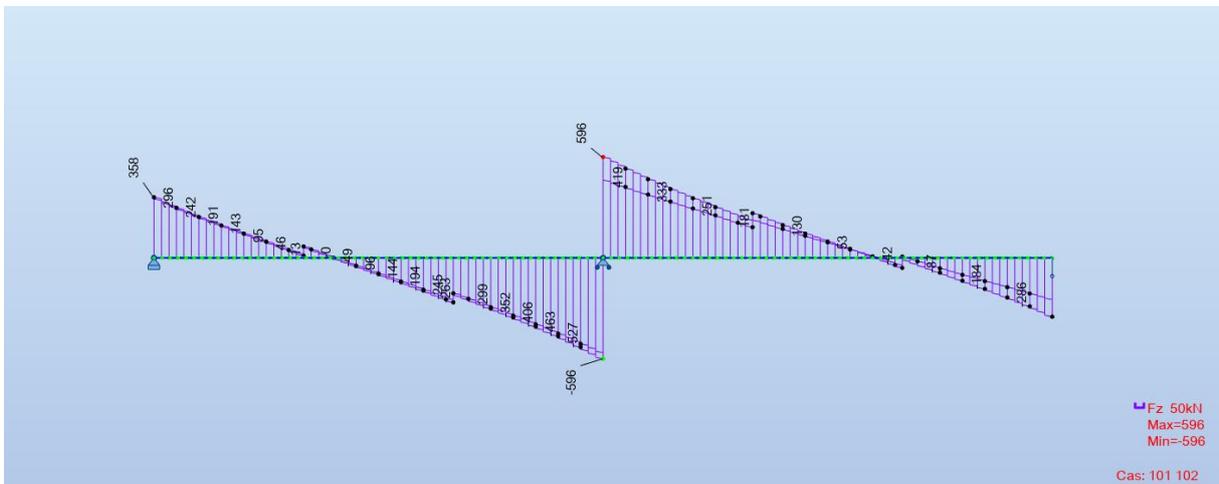
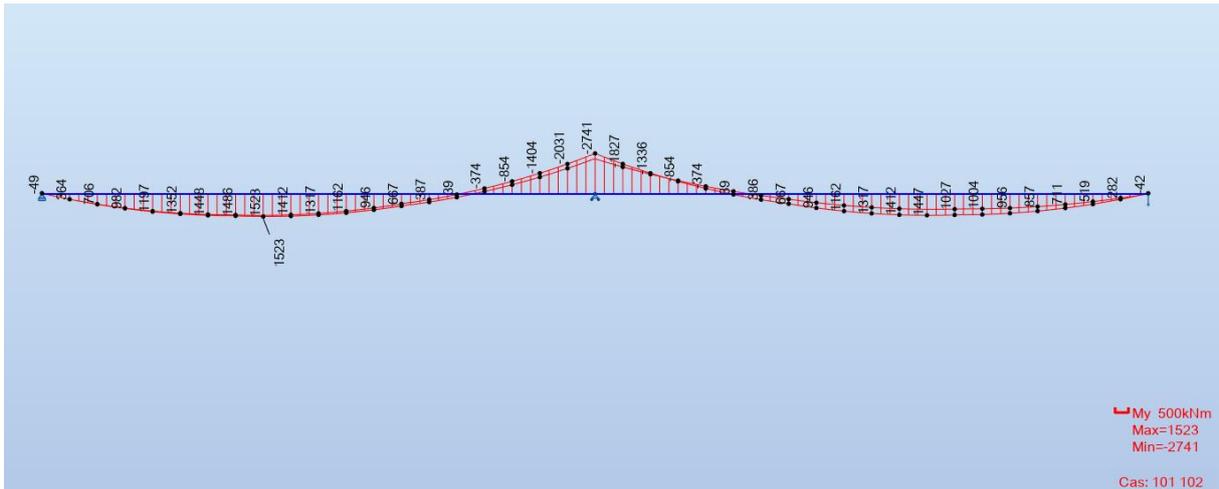


Les entretoises participent à la redistribution des efforts tranchants sur appuis :

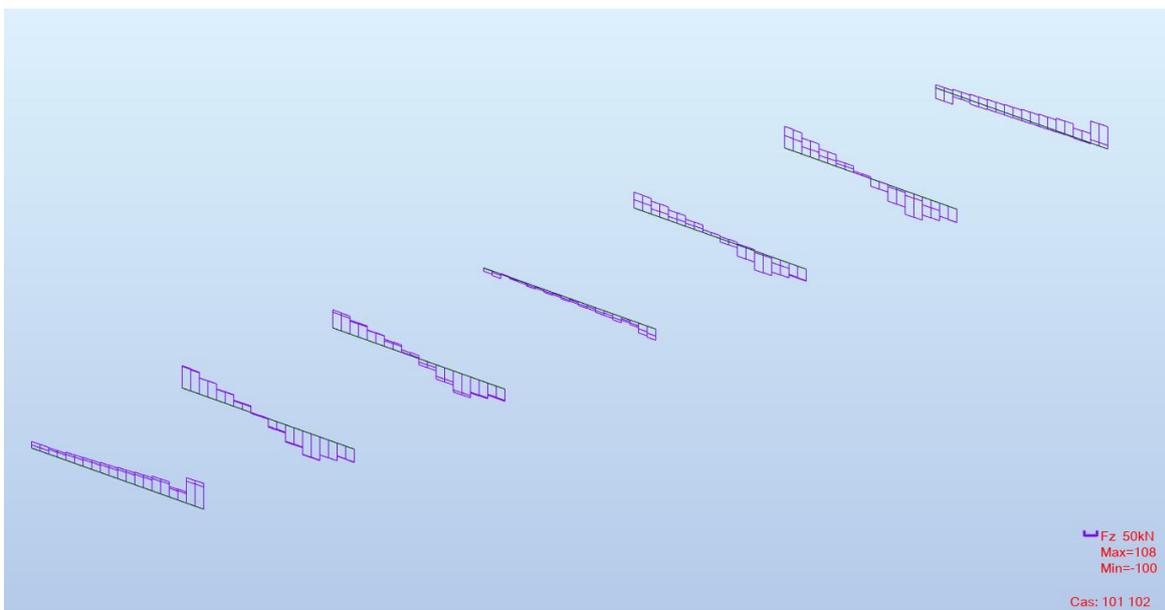


6.2.2 Avec entretoises intermédiaires





Là aussi...



➔ Les entretoises permettent de redistribuer les efforts entre les poutres de manière plus efficace.

6.2.3 Et avec l'approche de Guyon-Massonnet ?

Avec cette méthode, il n'y a pas d'autres choix que de « tartiner » la raideur de l'entretoise – ces valeurs seront ramenées à 1 m, donc redivisées par 8.333 m.

Entretoisement

Section ▼



Inertie de flexion

n°	ei (m)	bs (m)	bi (m)
1	<input type="text" value="0.25"/>	<input type="text" value="8.333"/>	<input type="text" value="8.333"/>
2	<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="0.4"/>	<input type="text" value="0.4"/>

htot

I [m4] =

S [m2] =

Copier
PP

Nettoye

Largeurs d'influence affectée

- à une entretoise [m] A

Mettre à jour

Inertie de torsion du hourdis

Forcer la division par 2 (cf VIPP du SETRA)

Section ▼



Inertie de torsion

n°	ei (m)	bs (m)	bi (m)	k
1	<input type="text" value="0.25"/>	<input type="text" value="8.333"/>	<input type="text" value="8.333"/>	<input type="text" value="0.1663 (*)"/>
2	<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="0.4"/>	<input type="text" value="0.4"/>	<input type="text" value="0.2892"/>

ht

J [m4] =

Copier

Il est recommandé de modéliser la section avec une largeur de hourdis permettant d'obtenir un ratio largeur sur épaisseur grand pour que k(*)=1/3 ou 1/6 suivant l'option choisie.

(les raideurs sont ensuite ramenées au m1 grâce à la largeur d'influence affectée)

Incidence sur les paramètres α et θ :

Sans entretoisement

$$\alpha = 0.4599$$

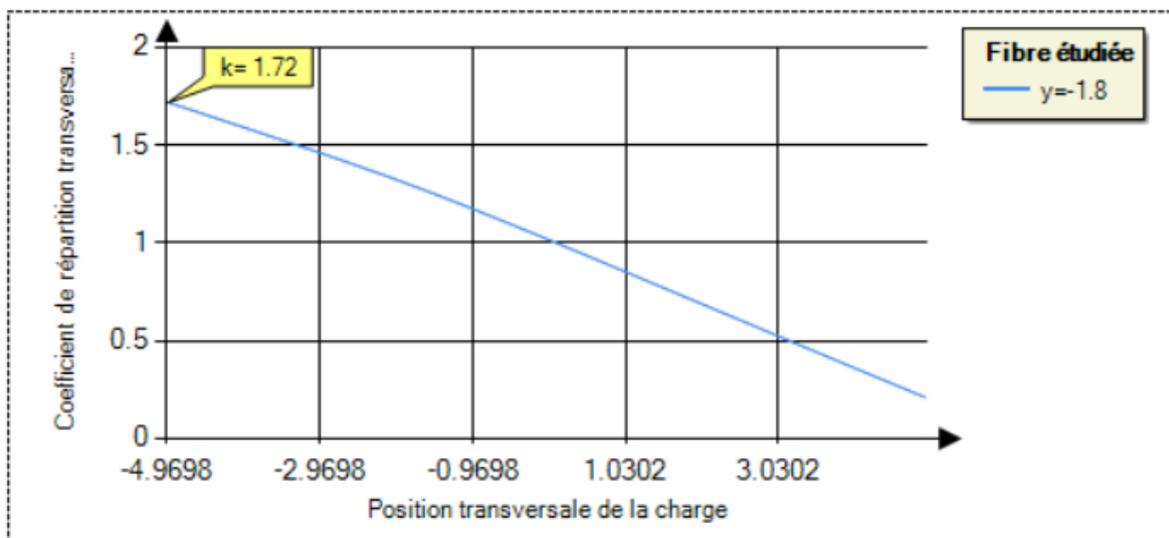
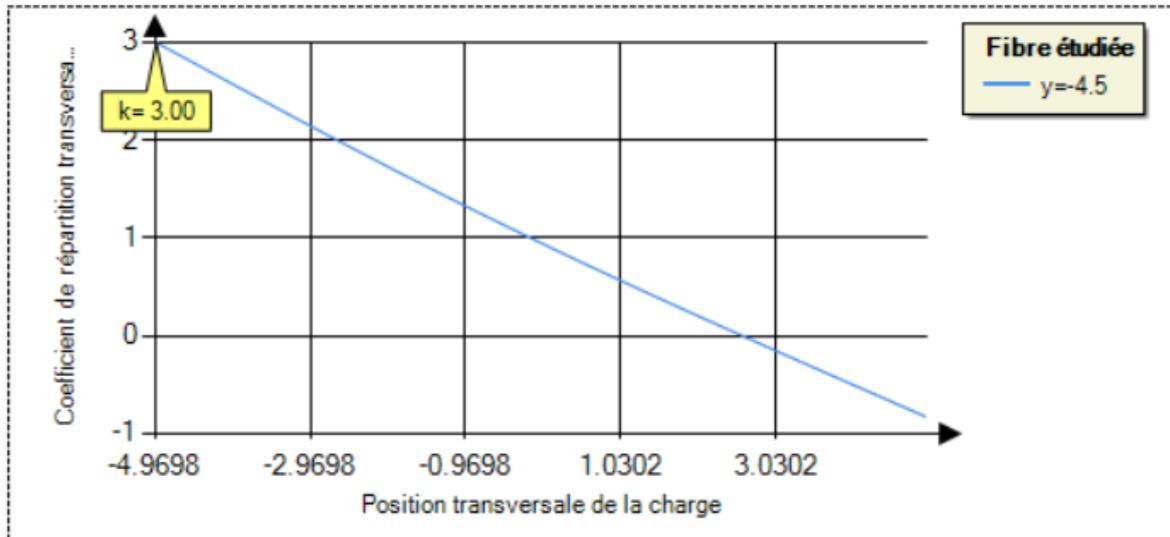
$$\theta = 0.6422$$

Avec entretoisement

$$\alpha = 0.1244$$

$$\theta = 0.3203$$

Avec l'entretoisement, les courbes de répartition deviennent quasi rectilignes, nous nous rapprochons d'un calcul suivant la méthode de Courbon...



Ceci veut dire que les poutres excentrées reprennent toujours plus de charges que les poutres centrales (voir la formule de Courbon).

Nous ne refaisons pas toute la démarche de calculs, mais à titre de comparaison, les coefficients dans les deux cas :

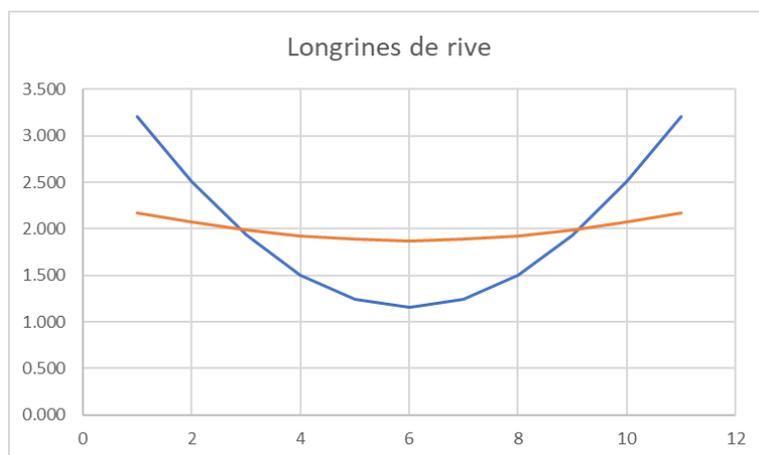
- Sans entretoises

Coefficients de Guyon-Massonnet -> à diviser par 11 - sans entretoises											
Poutre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Y=	-4.5	-3.6	-2.7	-1.8	-0.9	0	0.9	1.8	2.7	3.6	4.5
Super répartie	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Longrine gauche	3.287	2.523	1.860	1.317	0.893	0.577	0.348	0.186	0.072	-0.013	-0.081
Longrine droite	-0.081	-0.013	0.072	0.186	0.348	0.577	0.893	1.317	1.860	2.523	3.287
-> Σ longrines	3.206	2.510	1.932	1.503	1.241	1.154	1.241	1.503	1.932	2.510	3.206
q en travée	2.407	2.089	1.751	1.407	1.087	0.812	0.586	0.406	0.262	0.144	0.042
Appui	1.347	1.412	1.459	1.445	1.322	1.136	0.933	0.738	0.560	0.401	0.257

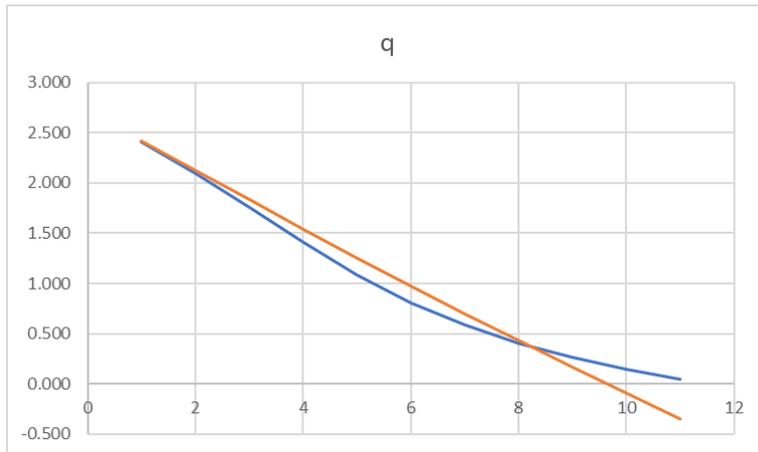
- Avec entretoises

Coefficients de Guyon-Massonnet -> à diviser par 11 - avec entretoises											
Poutre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Y=	-4.5	-3.6	-2.7	-1.8	-0.9	0	0.9	1.8	2.7	3.6	4.5
Super répartie	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Longrine gauche	2.998	2.560	2.132	1.718	1.320	0.937	0.568	0.210	-0.139	-0.484	-0.825
Longrine droite	-0.825	-0.484	-0.139	0.210	0.568	0.937	1.320	1.718	2.132	2.560	2.998
-> Σ longrines	2.173	2.076	1.993	1.928	1.888	1.874	1.888	1.928	1.993	2.076	2.173
q en travée	2.418	2.126	1.834	1.543	1.256	0.974	0.699	0.430	0.166	-0.095	-0.353
Appui	1.658	1.542	1.424	1.298	1.163	1.020	0.874	0.726	0.578	0.431	0.285

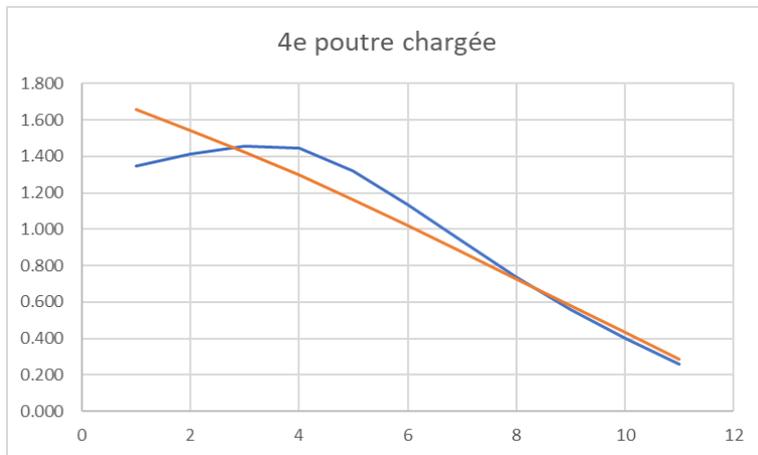
- Graphique pour les longrines (en orange, avec entretoises) :



- Graphique pour la charge q en travée :



- Graphique pour la 4^e poutre chargée (cas « Appui ») :

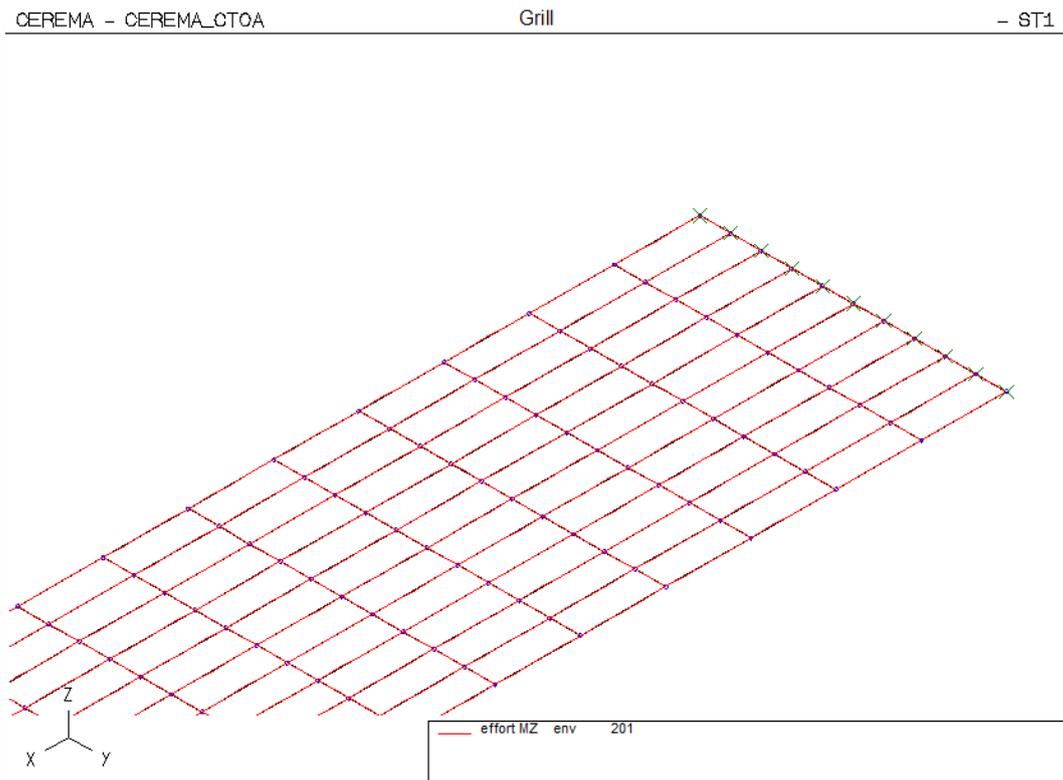


6.3 Le dévers

Par souci de coller à la « réalité », on pourrait être tenté de modéliser les ouvrages avec le dévers. Il faut savoir que cela présente peu d'intérêt et qu'au contraire des efforts, en particulier des moments d'axe verticaux (M_z) vont apparaître et se pose la question de l'utilisation de ces efforts, ou non dans le dimensionnement. Illustration...

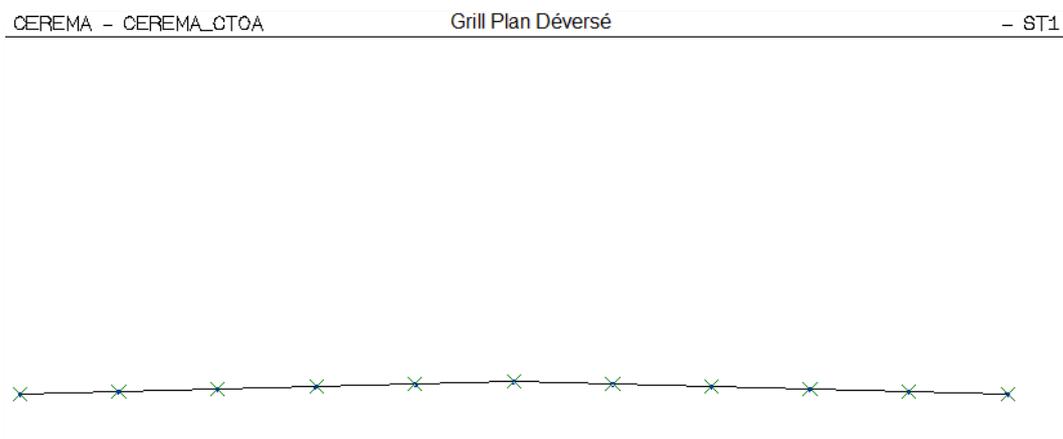
6.3.1 Modèle Grill1

- Modèle sans dévers :

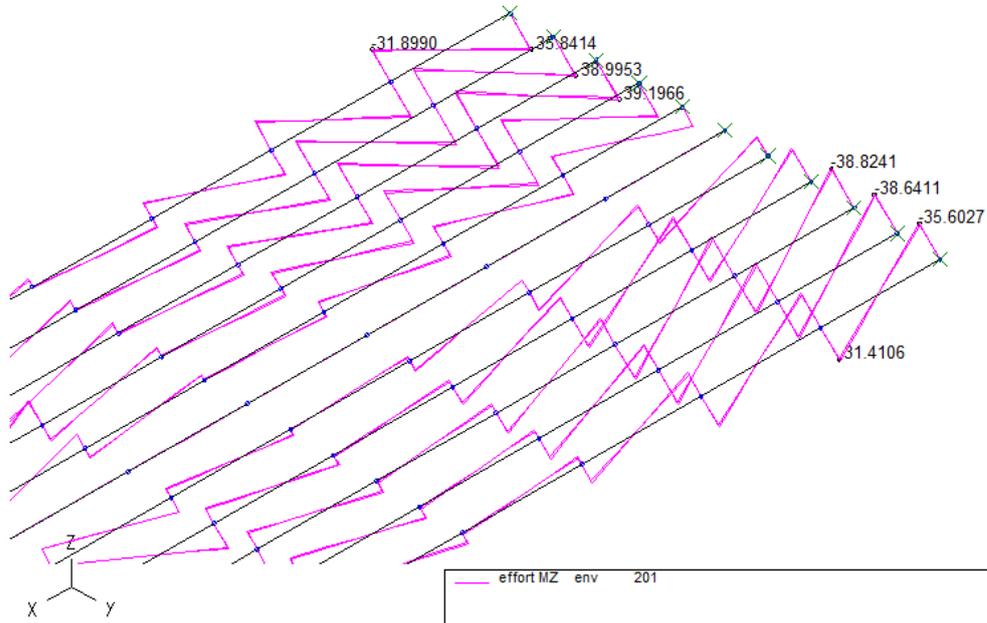


Grillage n°1 (plan), moment M_z sous enveloppe ELU (-> $M_z=0$ partout)

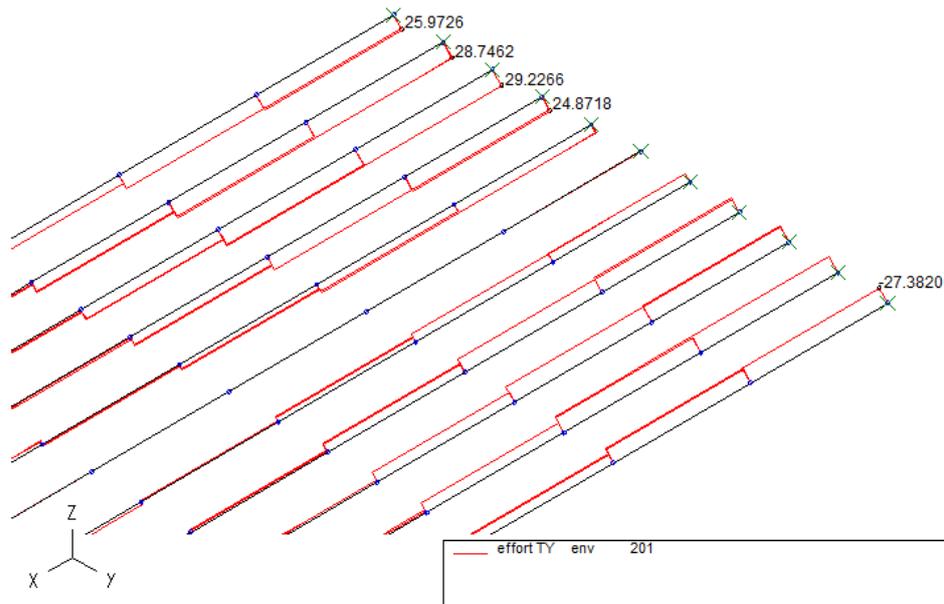
- Application d'un dévers :



Grillage n°1, avec un profil en toit à 2.5% (caractéristiques mécaniques inchangées pour les poutres).

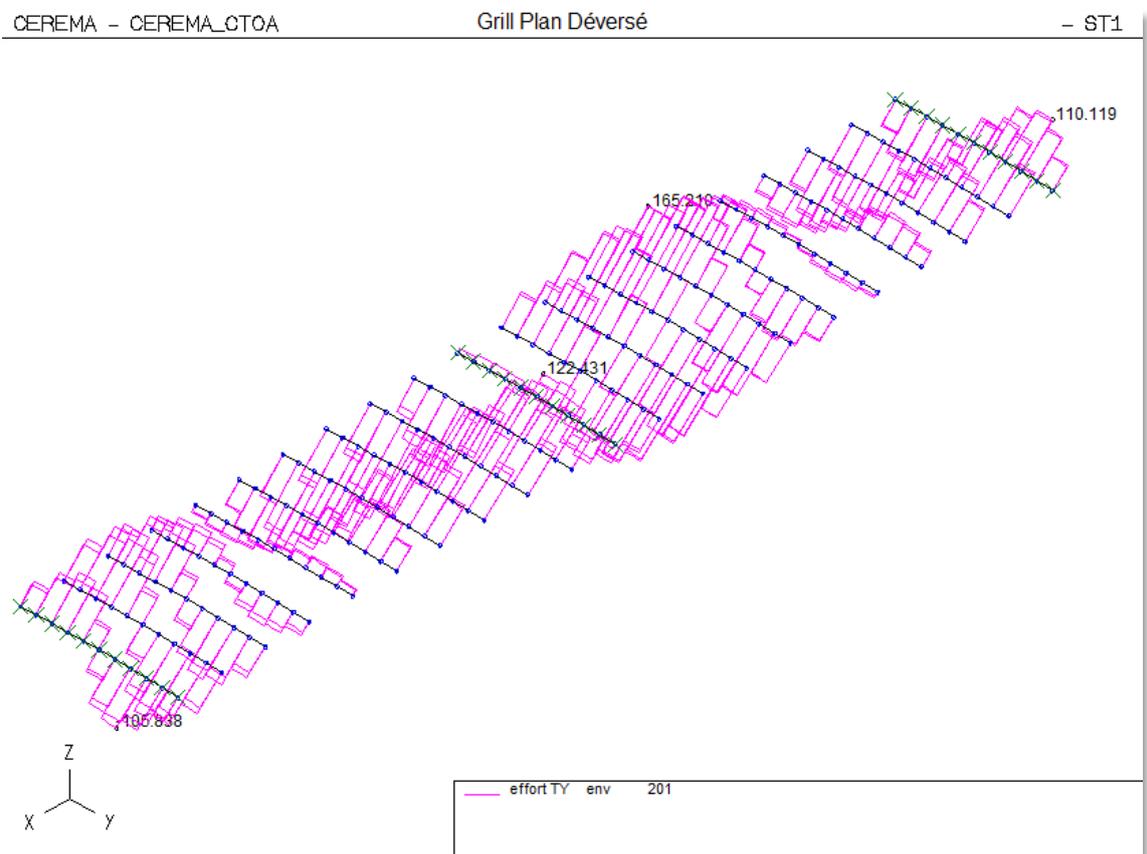
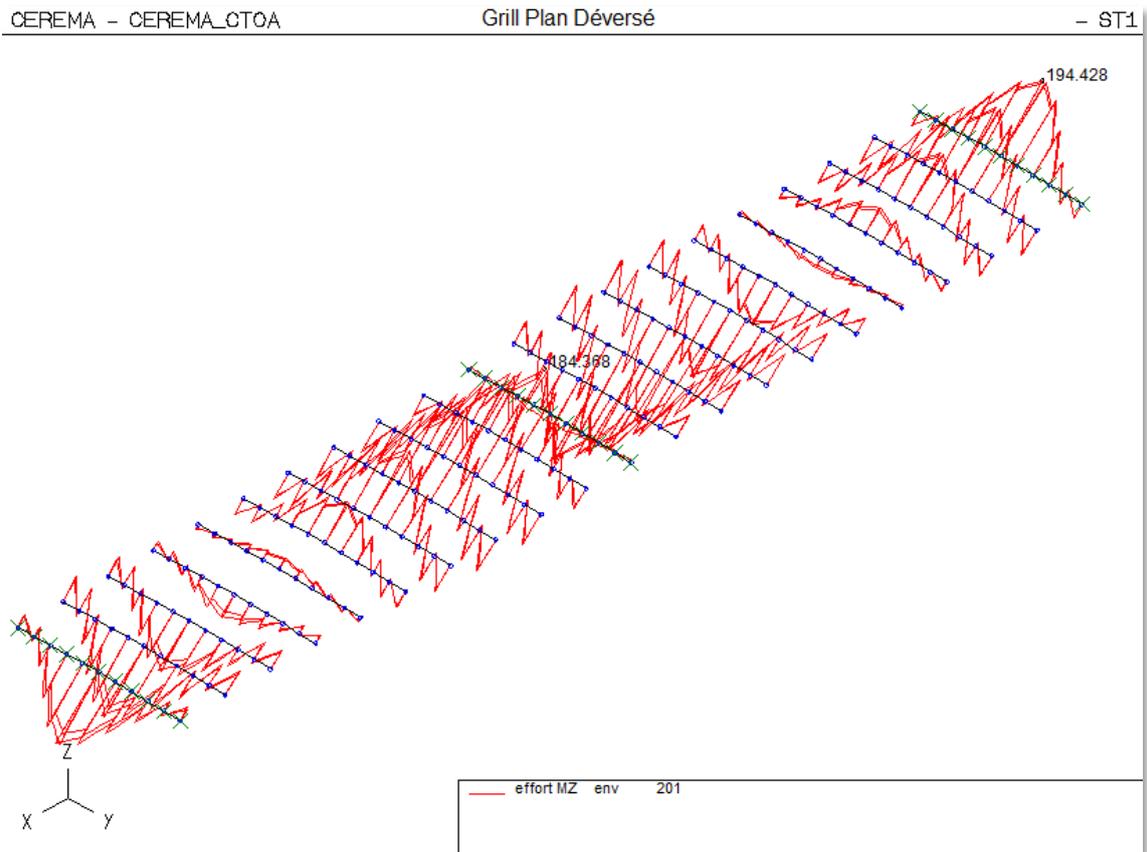


Moment d'axe vertical dans les nervures

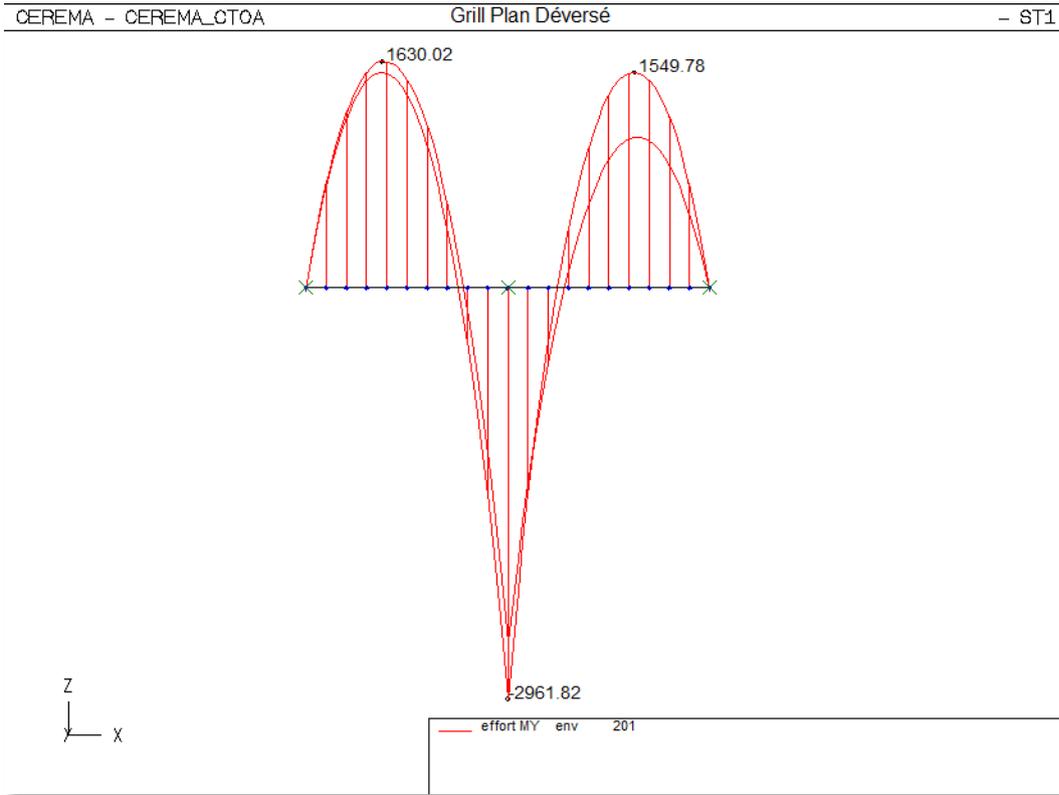


Tranchant associé

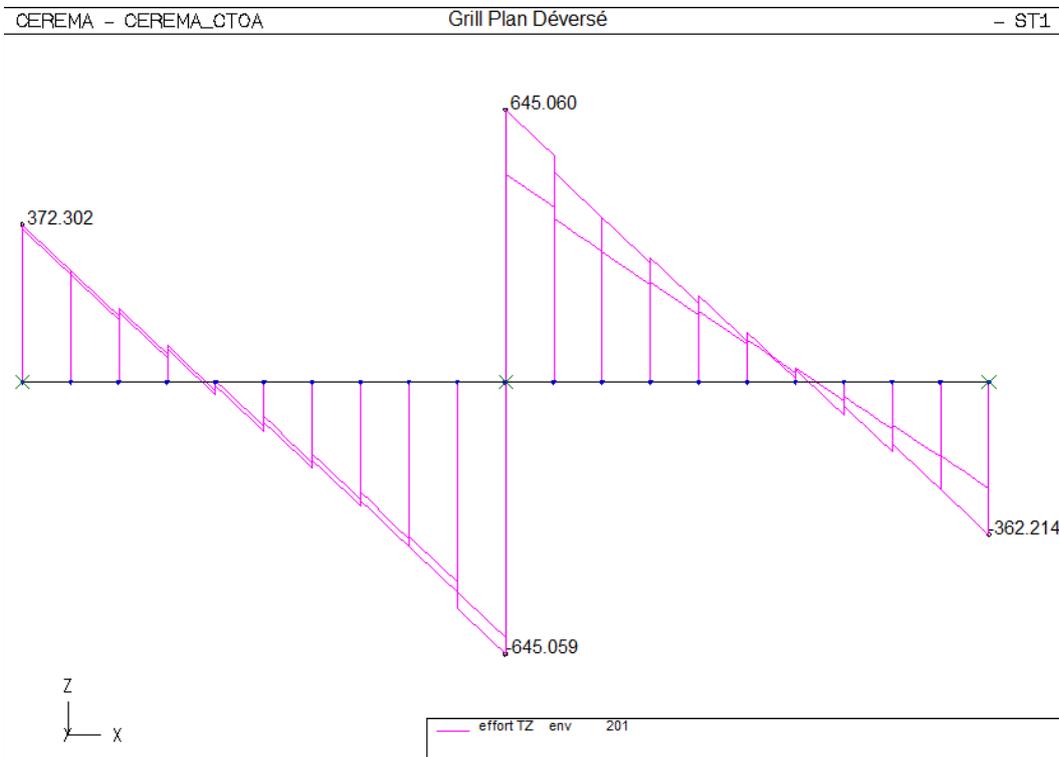
Idem, dans le hourdis :



Pour **les moments d'axe horizontal** dans la poutre de rive :



et **le tranchant d'axe vertical**:



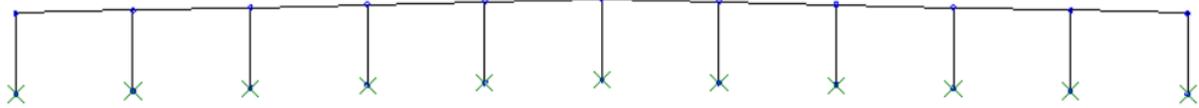
➔ **Variations insignifiantes par rapport au calcul plan.**

Pour les réactions d'appui : nous avons comparé les réactions ELS (G+Qtr 1 ou G+(Tr1et2)) et l'écart maximal est inférieur à 4%).

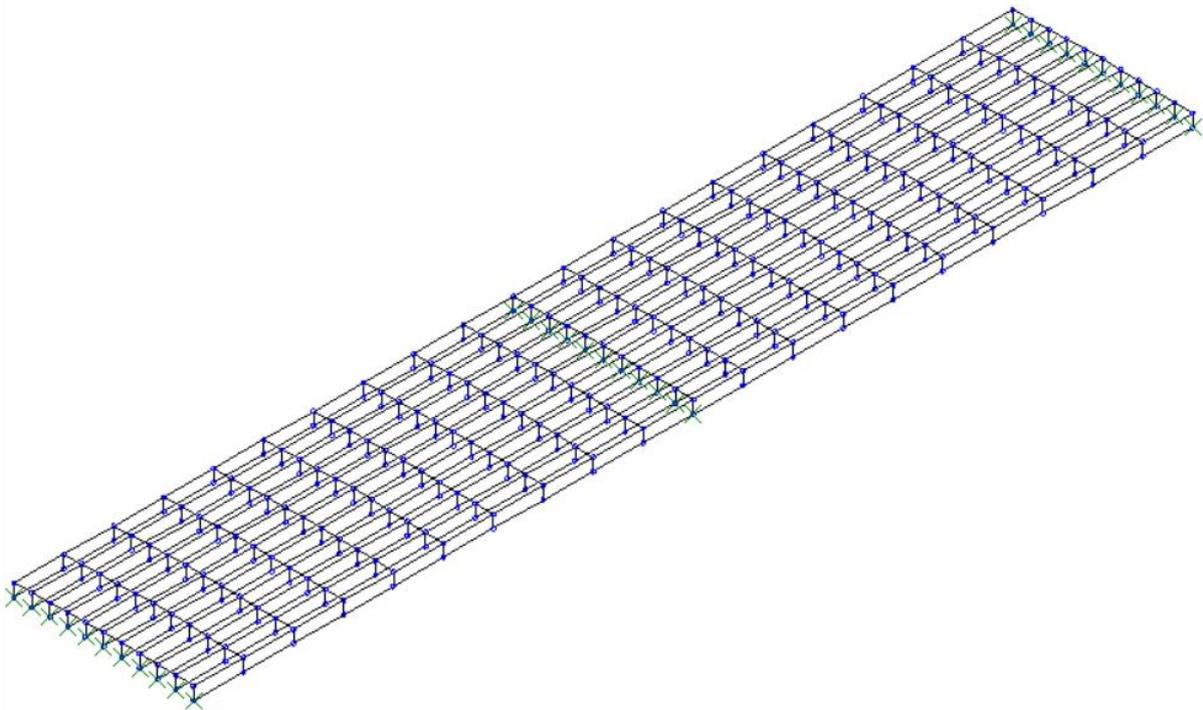
Il ne semble pas judicieux de modéliser le dévers tant que celui-ci reste raisonnable pour éviter de devoir gérer des efforts « parasites ».

6.3.2 Modèle Grill2 (poutre échelle)

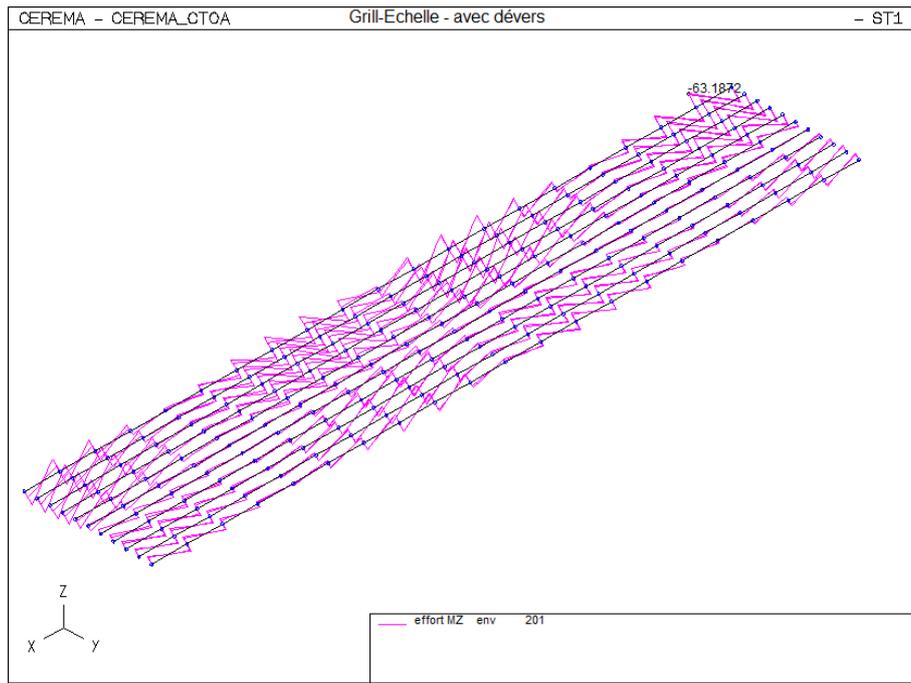
Enfin, on peut noter que par la structure même du modèle Grillage en poutre échelle (\Leftrightarrow à des portiques 3D), **avec ou sans dévers** fait apparaître des moments d'axe vertical du fait de la nature même du modèle.



Coupe transversale déversée

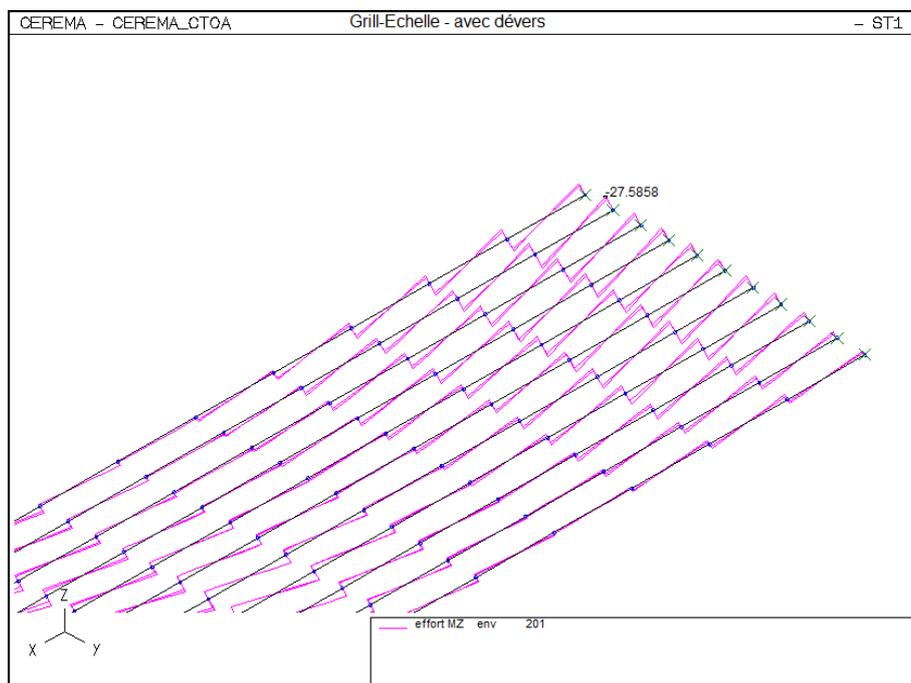


Vue 3D



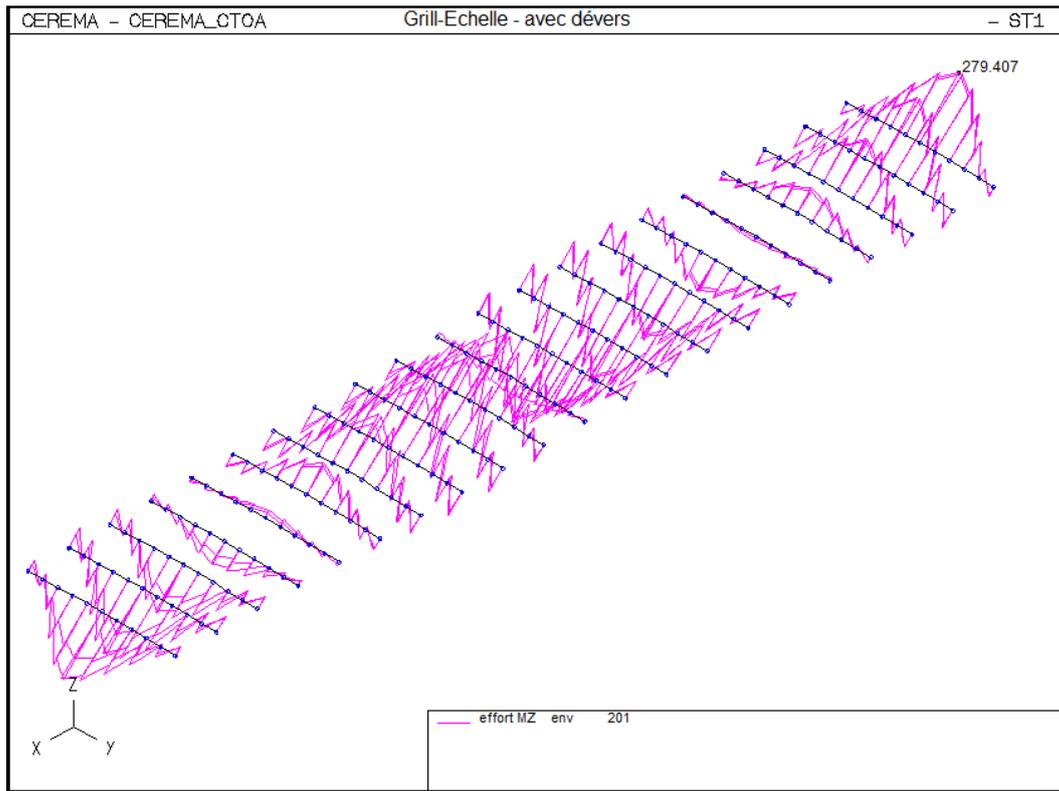
Moment Mz (axe vertical) dans les barres de hourdis longitudinales.

(Un calcul automatique conduirait à une section d'armature de $\approx 63.2/0.9/0.85/43.5=1.9 \text{ cm}^2$, mais ne correspondrait à aucune une logique de continuité mécanique du hourdis).



Moment Mz (axe vertical) dans les retombées longitudinales

Un calcul automatique conduirait à une section d'armature de $\approx 27.6/0.9/0.35/43.5=2.0 \text{ cm}^2$ sur la face verticale de la nervure.



Moment Mz (axe vertical) dans les lanières transversales

Un calcul automatique conduirait à une section d'armature de $\approx 279.4/0.9/2.45/43.5=2.91 \text{ cm}^2$, sur la face verticale, mais ne correspondrait à aucune une logique de continuité mécanique du hourdis).

6.4 Petite discussion sur la torsion

Charles Massonnet dans [4] a écrit : « On peut accepter de négliger l'effet de la torsion dans le cas de ponts à poutres métalliques de section ouverte et sans dalle. **Mais on ne peut jamais le négliger dans les ponts monolithiques à poutres ou dans les ponts précontraints (...)** ».

6.4.1 Calcul des inerties de torsion

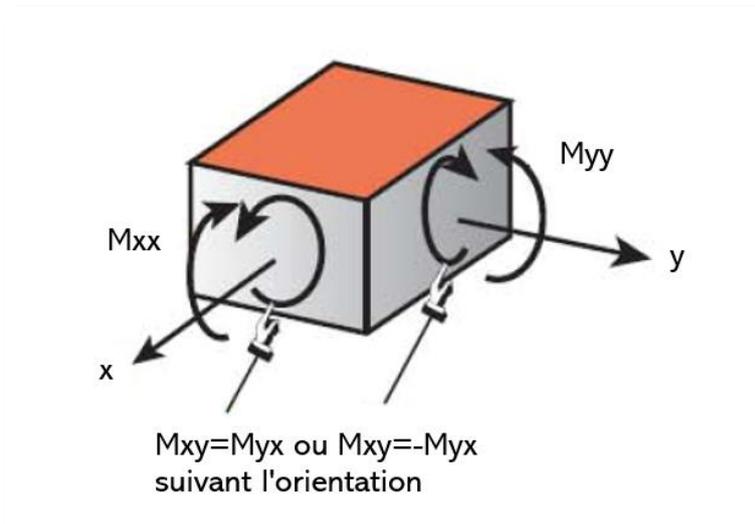
La première question pour le praticien est de savoir comment calculer l'inertie de torsion. Les documents PRAD 73 et VIPP67, références [13], [14], [15] donnent des règles à appliquer. En particulier, rappelons que l'inertie du hourdis est à diviser par 2 ($be^3/3 \rightarrow be^3/6$) pour rester compatible avec la théorie des plaques.

En outre, le guide PRP 75 recommandait de minorer cette inertie de 10%.

Enfin il faut remarquer que ce calcul des inerties de torsion suppose que le béton comprimé est un matériau parfaitement élastique; il peut être prudent de les minorer de 10 % pour tenir compte de ce que le béton n'est pas, en réalité, parfaitement élastique.

6.4.2 Que faire de tous les efforts calculés ?

Des calculs vont résulter des moments de flexion et de torsion dans les éléments, barres ou coques.

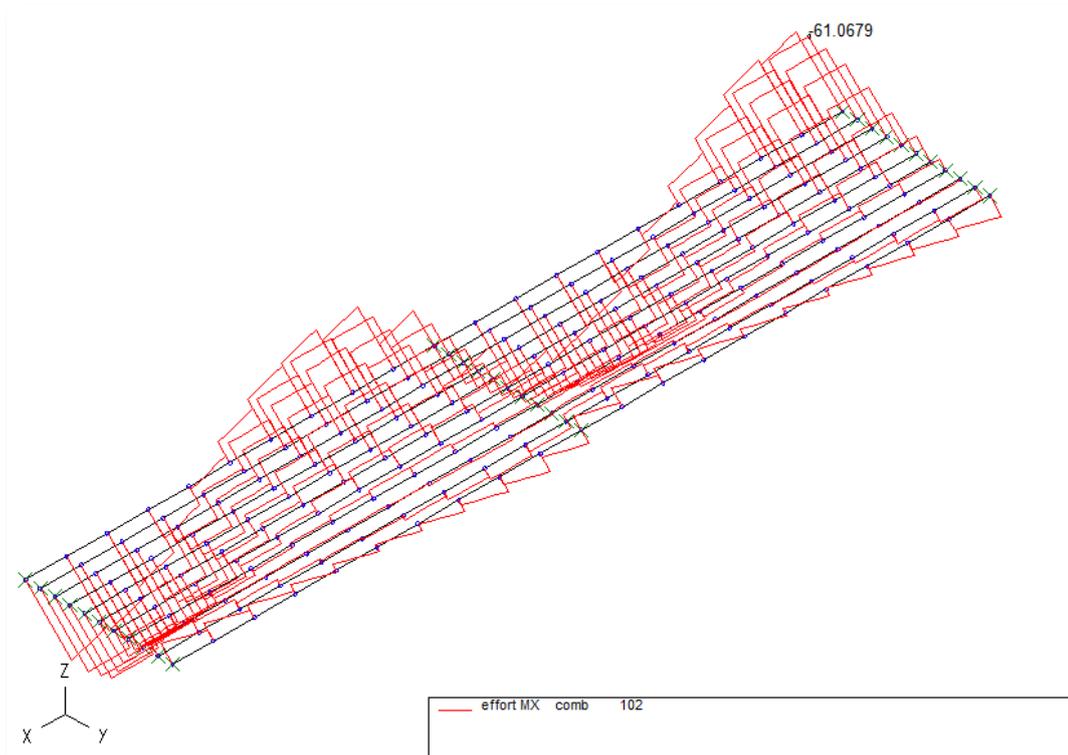


Principe d'équilibre des efforts

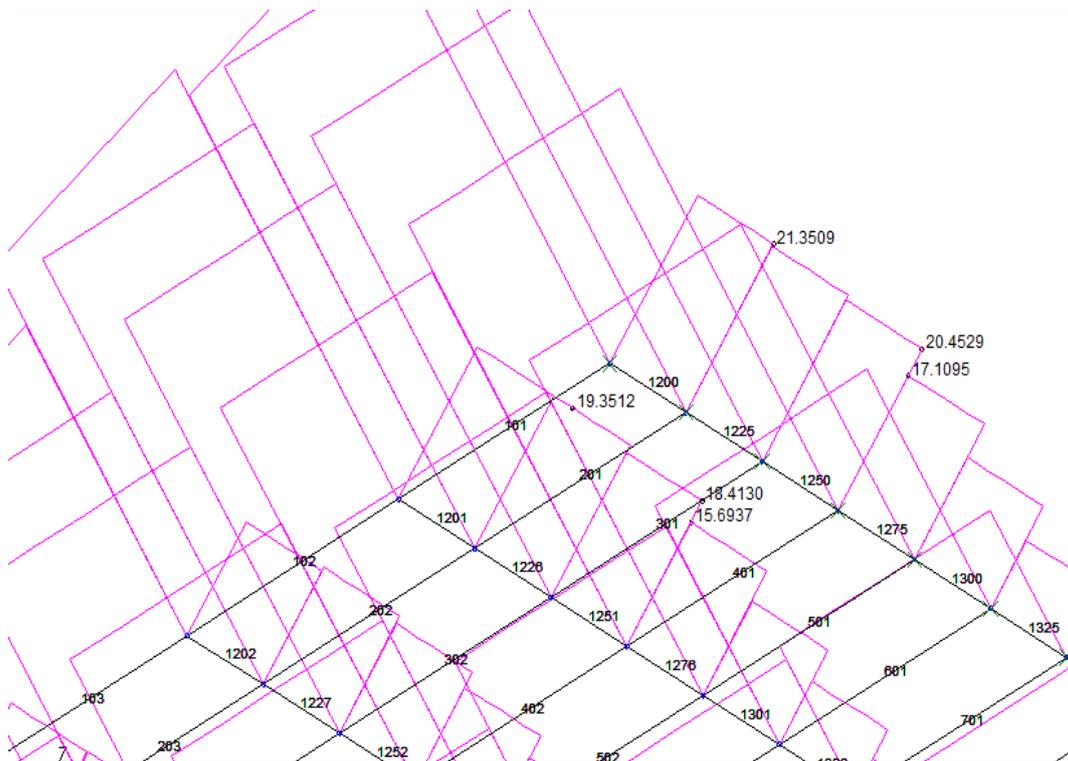
- Pour le hourdis, on peut calculer un ferrailage à partir d'une méthode de dimensionnement de béton armé (Capra, Wood et Armer, ...) à partir des moments de flexion et de torsion (voir le WIKI – partie 1 – E,
- Pour la nervure, la situation est un peu plus complexe...

Il convient de lire le guide PRP 75 en détail pour comprendre la méthode à appliquer. La méthode consiste à prendre le quart de la somme des moments de torsion ($/ml$), en valeur algébrique, arrivant en un même nœud.

- Nous l'appliquons au modèle Grill1.

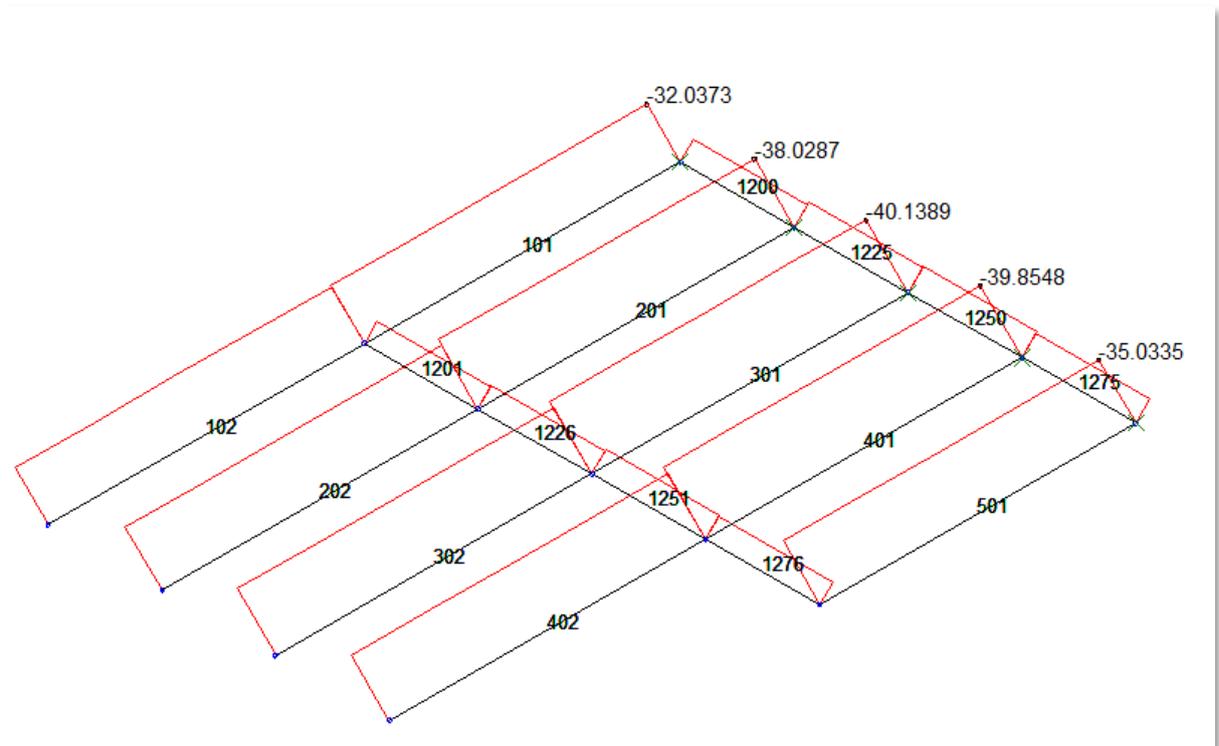
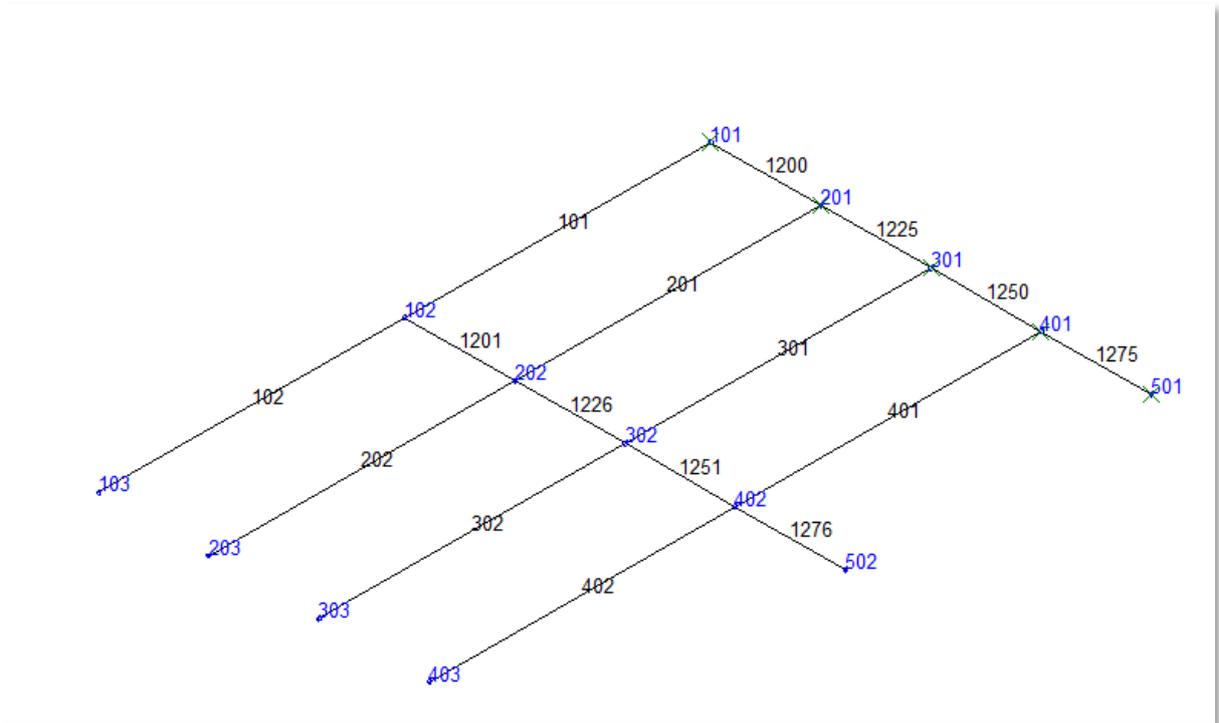


Moment de torsion dans la structure – poutres longitudinales

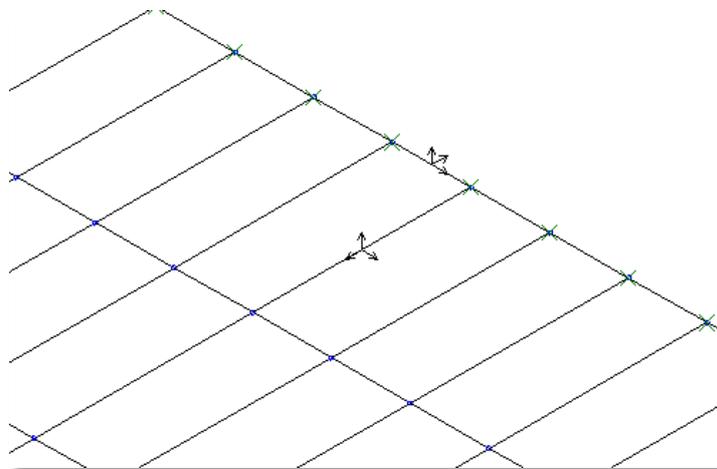
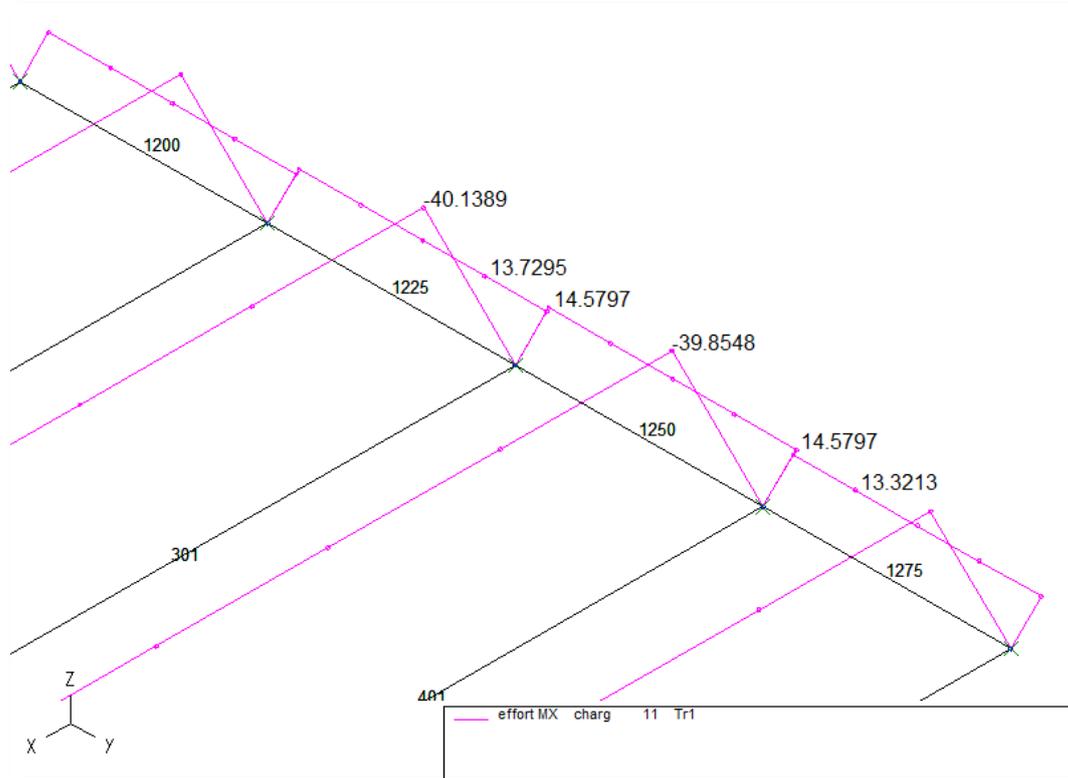


Moment de torsion dans la structure – poutres transversales

- Nous effectuons le calcul suivant la méthode du PRP 75 pour les nœuds 301 et 401.



Effort Mx



A partir de la convention de signes ci-dessus, nous appliquons la méthode du guide PRP 75 et calculons M_{xy} (kN.m/m).

Efforts à l'about de la barre 301

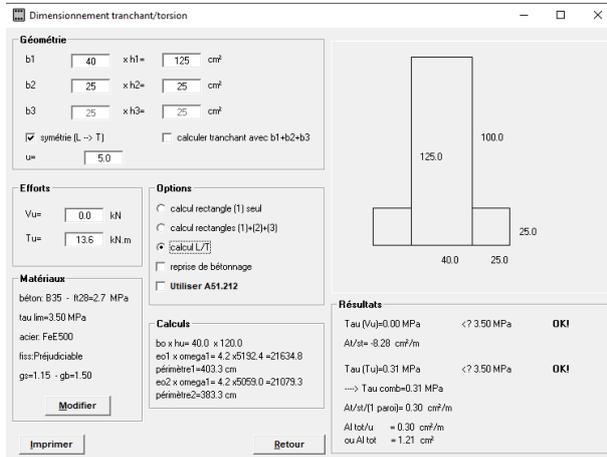
M_{ST1}		M/ml	
-40.14	$/0.90 \cdot -1 =$	44.60	
13.73	$/2.50 =$	5.49	
14.58	$/2.50 \cdot -1 =$	-5.83	
		11.07	kN.m/m

Efforts à l'about de la barre 401

M_{ST1}		M/ml	
-39.85	$/0.90 \cdot -1 =$	44.28	
14.58	$/2.50 =$	5.83	
13.32	$/2.50 \cdot -1 =$	-5.33	
		11.20	kN.m/m

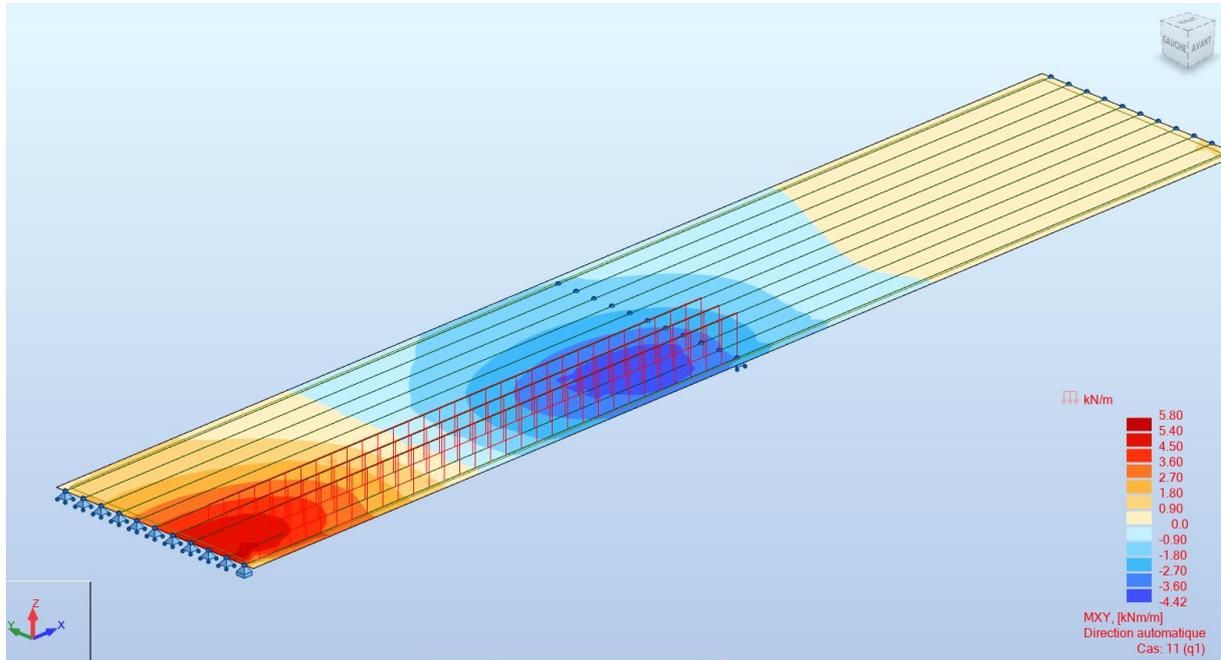
- ➔ Dans le hourdis, cet effort Mxy serait à prendre en compte via une des méthodes connues : Capra, Wood et Armer, ...
- ➔ Dans la poutre ce moment serait à prendre en compte pour justifier la section droite et les armatures... notons que les guides VIPP et PRAD abordent peu ce sujet de torsion. (à confirmer)

Effet d'une torsion ELU de $1.35 \cdot 11.20 \text{ kN.m/m} \cdot 0.90 \text{ m} = 13.6 \text{ kN.m}$ (calcul BAEL).

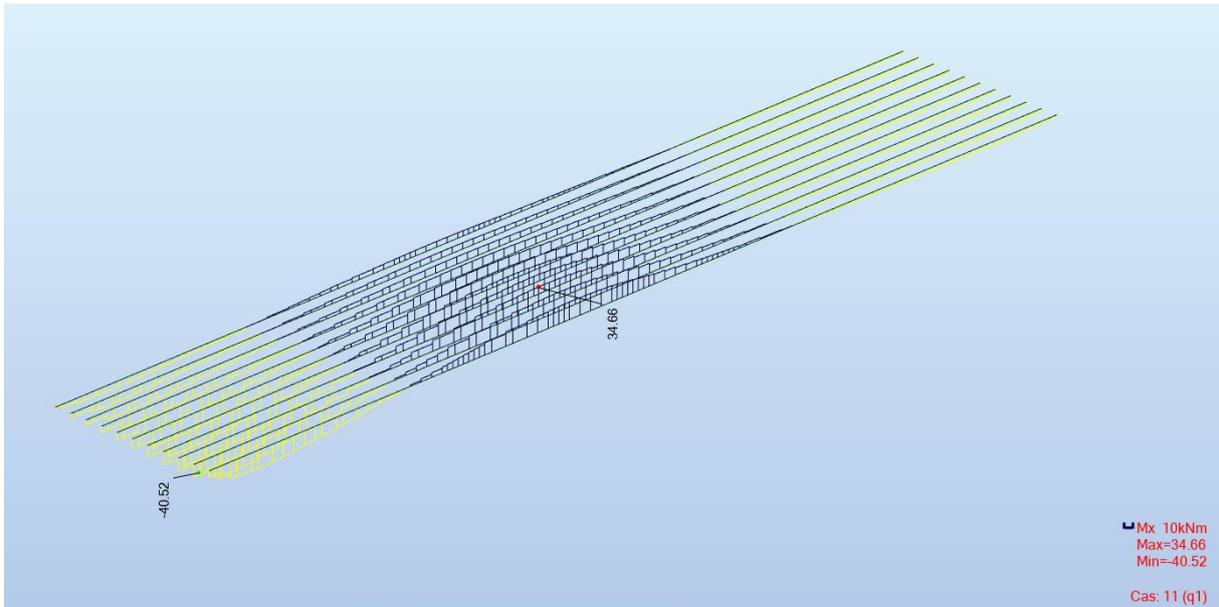


Pour des sections massives comme celles de cette exemple, la torsion ne s'avère absolument pas dimensionnante.

Modèle EF2 :



Moments de torsion dans le hourdis



Moments de torsion dans les nervures

Les efforts sont quasi identiques à ceux du grill à barres. Il convient à nouveau d'appliquer la logique du guide PRP 75.

- Méthode de Guyon-Massonnet

Avec un calcul de type Guyon-Massonnet, on arrive à 8.2 kN.m/m et 8.8 kN.m/m, nous restons dans l'ordre de grandeur, mais... avec le paradoxe que la méthode de Guyon-Massonnet donnera des moments de torsion nuls sur appuis (respectivement maximaux à mi-travée), alors que précisément c'est l'endroit où ils sont maximaux dans un grill (respectivement nuls, NB : pour ce cas de charge).

Choix de la travée à étudier : 1 Fibre étudiée (m) - y : -1.800

Portée fictive : L= 22.867 m 1/2 Portée fictive (m) : 11.434

Charges réparties sur la longueur de la travée

F(kN)	Ygauche transversal (m)	Largeur (m)	p(kN/m ²)
0.000	-4.95	2.7	10

Mxy (kN.m/m) : 8.7770

Choix de la travée à étudier : 1 Fibre étudiée (m) - y : -0.900

Portée fictive : L= 22.867 m 1/2 Portée fictive (m) : 11.434

Charges réparties sur la longueur de la travée

F(kN)	Ygauche transversal (m)	Largeur (m)	p(kN/m ²)
0.000	-4.95	2.7	10

Mxy (kN.m/m) : 8.1722

7 Conclusion(s)

Cet exemple a permis de montrer (si le lecteur n'en était pas convaincu) que la façon de modéliser va conduire à des résultats différents.

Nous proposons ci-après quelques pistes pour orienter le choix de modélisation. Les appréciations de l'auteur

Item/Méthode	Guyon-Massonnet	Grillage barre plan	Grillage 3D – poutre échelle	Barres + plaques 3D	Barres + plaques 2D
Dénomination dans la note		Grill1	Grill2	EF1	EF2
Précision	++ pour la flexion et le tranchant -- pour les réactions	+++	+++	+++	+++
Rapidité de montage du modèle géométrique	++++ [0]	+++	+++	+++	+++
Application des charges	+++ [1] [2]	++ [3a]	++ [3a]	++ [3b]	++ [3b]
Récupération des efforts/ Justifications des sections en FL	++ [1] [4]	+++	++	++	+++
Descente de charge d'ensemble	- [4a]	+++ [4b]	+++ [4b]	+++ [4b]	+++ [4b]
Flexion transversale	+ [5] [6]	++ [6]	++ [6]	+++ [7]	+++ [7]
Prise en compte facile du biais	Pas de prise en compte si >70 gr, artifices au-dessus [8]	+ [9]	+ [9]	+++	+++
Prise en compte des entretoises	-[10]	++ [11]	++[11]	+++	+++
Temps de calcul	++++	+++	+++	++	++

[0] la nécessité d'automatiser les calculs pour un certain nombre d'ouvrages similaires peut influencer le choix de la modélisation et conduire à appliquer la méthode de Guyon-Massonnet tandis que le calcul d'un OA unique pourra rendre cette méthode moins rentable

[1] sous réserve d'avoir automatisé le calcul des coefficients de la méthode de Guyon-Massonnet

[2] une seule poutre filaire à modéliser

[3a] le calcul, par cas de charge de la part reprise par chaque poutre peut être fastidieux – un travail préalable de calcul de surfaces d'influence peut être nécessaire

[3b] démarche facilitée si le logiciel sait faire circuler des convois sur une surface – un travail préalable de calcul de surfaces d'influence peut être nécessaire

[4] peut nécessiter un travail conséquent sur tableur sauf si le logiciel (ST1 par ex.) sait incorporer des variables utilisateur, variables affectées à chaque poutre et chaque cas de charge.
[4a] nécessite un modèle global en parallèle ou un bon tableur pour gérer les concomitances
[4b] sur certains logiciels, il est compliqué d'avoir des réactions concomitantes pour des enveloppes
[5] précision relative et fastidieux à calculer en l'absence d'une programmation préalable des décompositions en séries et coefficient ν et τ . Néanmoins l'ordre de grandeur est rapidement donné dans ce cas par la méthode de GM.
[6] nécessite de calculer des efforts de dalle bi-encastree en plus car ces modèles ne fournissent que la flexion transversale d'ensemble
[7] le cumul, de fait de la flexion transversale générale et locale donne un avantage, mais ne permet pas facilement de distinguer la part de chacun. Il semble loisible de conserver une approche un peu enveloppe.
[8] Voir guide CHAMOA du CEREMA
[9] le calage géométrique des lanières transversales (perpendiculaires aux nervures) nécessite une petite étude géométrique préalable
[10] leur raideur est tartinée et la récupération des efforts dans les entretoises semble complexe à partir des
[11] calepinage des barres transversales à prévoir + étude sous charge locale à prévoir – même logique que pour le hourdis transversal

Il y a plusieurs réflexions à mener avant de se lancer dans le modèle :

- Quel est le degré de précision attendu ?
- Faudra-t-il justifier toutes les sections ou juste vérifier quelques sections ?
- Faut-il changer de méthode de calcul si l'on vérifie un dimensionnement des années 60 par exemple ?

On aura noté que les différentes modélisations, vont conduire à des résultats présentant des écarts allant jusqu'à quelques dizaines de % sur les efforts calculés. Il est intéressant de le savoir lorsque l'on effectue un contre-calcul ... il est impossible d'obtenir une convergences parfaite sur les résultats.

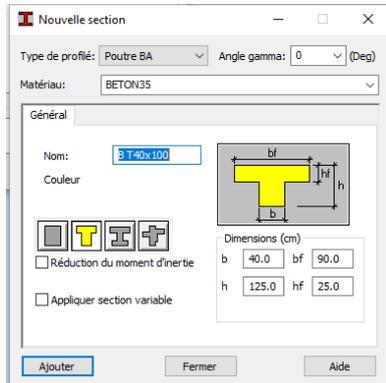
En revanche, il faut comprendre les raisons des écarts. Ce document espère contribuer à cette compréhension.

Enfin, notons qu'aucun des modèles ne permettra d'automatiser les justifications et le ferrailage à 100%.

Autre chose ?

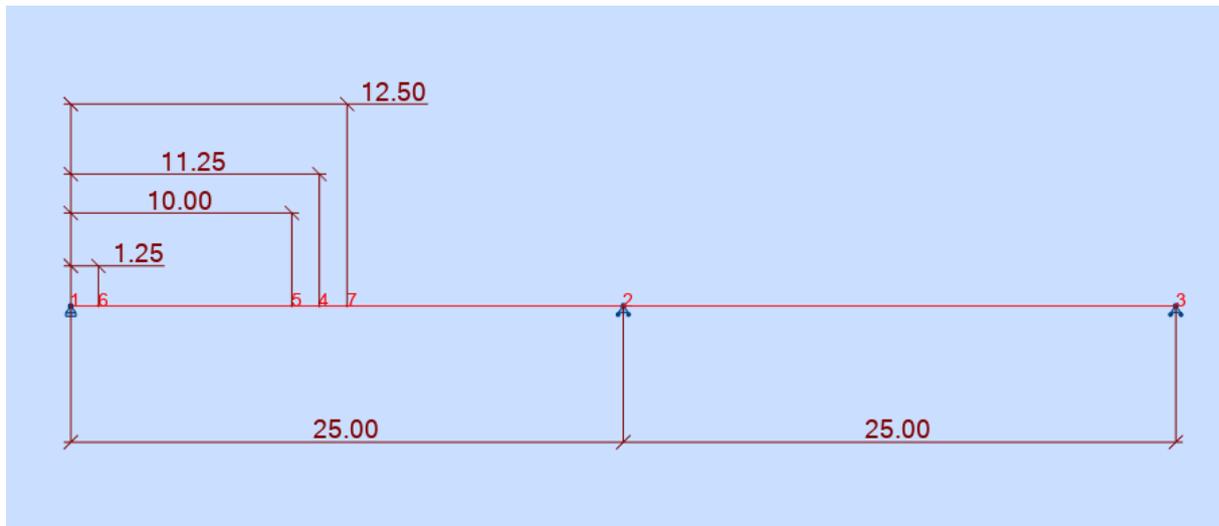
8 Annexe – Données du calcul Guyon-Massonnet

Pi, modèle barres - Caractéristiques de la nervure :



	Nom de la section	Liste des barres	AX [cm ²]	AY [cm ²]	AZ [cm ²]	IX [cm ⁴]	IY [cm ⁴]	IZ [cm ⁴]	E [MPa]	G [MPa]	NU
	B T40x100	2A7	6250.00	2250.00	5000.00	2238758.72	9075520.83	2052083.33	36000.00	15000.00	0.2

Abscisses potentielles des charges :



Nous calculons les coefficients de répartition à l'aide d'un logiciel qui met en œuvre la méthode de Guyon-Massonnet.

- ➔ Portée fictive isostatique de calcul : 22.867 m
- ➔ Inerties de flexion et de torsion de la poutre principale (calculées suivant méthode préconisée dans les documents [13] à [15].

Nervures principales :

Poutre Courante

Section

Inertie de flexion

n°	ei (m)	bs (m)	bi (m)	hourdis
1	0.25	0.9	0.9	<input checked="" type="checkbox"/>
2	1	0.4	0.4	<input type="checkbox"/>
3	0	0	0	<input type="checkbox"/>
4	0	0	0	<input type="checkbox"/>
5	0	0	0	<input type="checkbox"/>
6	0	0	0	<input type="checkbox"/>
7	0	0	0	<input type="checkbox"/>
8	0	0	0	<input type="checkbox"/>

ht 1.2500

I [m4] = 0.09076 vs= 0.525 m
S [m2] = 0.6250 vi= 0.725 m

Section

Inertie de torsion

n°	ei (m)	bs (m)	bi (m)	k
1	0.25	0.9	0.9	0.1361
gousset	0	0	0	0.0000
3	1	0.4	0.4	0.2892
talon	0	0	0	0.0000

ht 1.2500

J [m4] = 0.02042

Hourdis :

Entretroisement

Section

Inertie de flexion

n°	ei (m)	bs (m)	bi (m)
1	0.25	25	25
2	0	0	0

htot 0.2500

I [m4] = 0.03255
S [m2] = 6.2500

Section

Inertie de torsion

n°	ei (m)	bs (m)	bi (m)	k
1	0.25	25	25	0.1667 (*)
2	0	0	0	0.0000

ht 0.2500

J [m4] = 0.0651

Détail pour la nervure : les caractéristiques sont idem que pour le logiciel EF, RAS.

$$S_x=0.6250 \text{ m}^2, I_y=0.09076, I_z=(0.90^3*0.25+0.40^3*1.00)/12=0.0205 \text{ m}^4$$

$I_x = ?$

b/h	1	1,20	1,50	1,75	2	2,25	2,50	3	4	5	10	∞
k	0,141	0,166	0,196	0,213	0,229	0,240	0,249	0,263	0,281	0,292	0,312	0,333

$K(\text{hourdis}) ? 0.9/0.25=3.6 \rightarrow k_{\text{calc}}=0.2722$ à diviser par 2 pour le hourdis $k=0.1361$,

$$K(\text{nervure})=k(2*1/0.4)=k(5.0)=0.292$$

$I_x=0.1361*0.90*0.25^3+0.292*1.00*0.4^3=0.02060191 \text{ m}^4 = 2\ 060\ 191 \text{ cm}^4$, assez peu différent de ce que donne le logiciel à barres : $2\ 238\ 759 \text{ cm}^4$ (page précédente).

Inertie de flexion et de torsion du hourdis :

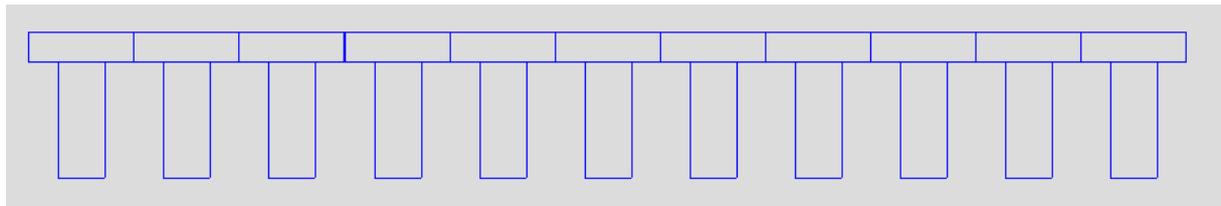
NB : $b=25 \text{ m}$ pour forcer un calcul avec $1/6 b e^3$ (ne pose pas de problème, puisque la méthode tartine les inerties et les ramène à 1 ml de hourdis).

Ramené à 2.50 m pour le calcul en grillage (1/10 de la valeur ci-dessus).

$$S_x=0.625 \text{ m}^2, I_y=0.003255 \text{ m}^4, I_z=2.50^3*0.25/12=0.3256 \text{ m}^4, I_x=0.00651 \text{ m}^4$$

Modules du béton des poutres

	Poutre principale	Poutres de rives	Entretoise/Hourdis
Module d'élasticité [MPa]	<input type="text" value="36000.00"/>	<input type="text" value="36000.00"/>	<input type="text" value="36000.00"/>
Module de cisaillement [MPa]	<input type="text" value="15000.00"/>	<input type="text" value="15000.00"/>	<input type="text" value="15000.00"/>



Charges (mettre copies PDF ?)

9 Annexe - Modèles ST1

- Caractéristiques pour le modèle plan :

Nervures principales :

Poutre Courante

Section

Inertie de flexion

n°	ei (m)	bs (m)	bi (m)	hourdis
1	0.25	0.9	0.9	<input checked="" type="checkbox"/>
2	1	0.4	0.4	<input type="checkbox"/>
3	0	0	0	<input type="checkbox"/>
4	0	0	0	<input type="checkbox"/>
5	0	0	0	<input type="checkbox"/>
6	0	0	0	<input type="checkbox"/>
7	0	0	0	<input type="checkbox"/>
8	0	0	0	<input type="checkbox"/>

ht 1.2500

I [m⁴] = 0.09076 vs= 0.525 m
S [m²] = 0.6250 vi= 0.725 m

Inertie de torsion

n°	ei (m)	bs (m)	bi (m)	k
1	0.25	0.9	0.9	0.1361
gousset	0	0	0	0.0000
3	1	0.4	0.4	0.2892
talon	0	0	0	0.0000
ht	1.2500			

J [m⁴] = 0.02042

Hourdis :

Entretroisement

Section

Inertie de flexion

n°	ei (m)	bs (m)	bi (m)
1	0.25	25	25
2	0	0	0

htot 0.2500

I [m⁴] = 0.03255
S [m²] = 6.2500

Inertie de torsion

n°	ei (m)	bs (m)	bi (m)	k
1	0.25	25	25	0.1667 (°)
2	0	0	0	0.0000

ht 0.2500

J [m⁴] = 0.0651

On ramène le hourdis à b=2.50 m pour le calcul en grillage (1/10 de la valeur ci-dessus).

$$S_x=0.625 \text{ m}^2, I_y=0.003255 \text{ m}^4, I_z=2.50^3 \cdot 0.25/12=0.3256 \text{ m}^4 \text{ et } I_x=0.00651 \text{ m}^4$$

- Caractéristiques pour la poutre échelle : nervures et hourdis longitudinal

Nervure

Poutre Courante

Section

Inertie de flexion

n°	ei (m)	bs (m)	bi (m)	hourdis
1	1	0.4	0.4	<input checked="" type="checkbox"/>
2	0	0	0	<input type="checkbox"/>
3	0	0	0	<input type="checkbox"/>
4	0	0	0	<input type="checkbox"/>
5	0	0	0	<input type="checkbox"/>
6	0	0	0	<input type="checkbox"/>
7	0	0	0	<input type="checkbox"/>
8	0	0	0	<input type="checkbox"/>

ht 1.0000

I [m⁴] = 0.03333 vs= 0.500 m
S [m²] = 0.4000 vi= 0.500 m

Inertie de torsion

n°	ei (m)	bs (m)	bi (m)	k
1	0	0	0	0.0000
gousset	0	0	0	0.0000
3	1	0.4	0.4	0.2892
talon	0	0	0	0.0000
ht	1.0000			

J [m⁴] = 0.01851

Hourdis sup

Poutre Courante

Section

Inertie de flexion

n°	ei (m)	bs (m)	bi (m)	hourdis
1	0.25	0.9	0.9	<input checked="" type="checkbox"/>
2	0	0	0	<input type="checkbox"/>
3	0	0	0	<input type="checkbox"/>
4	0	0	0	<input type="checkbox"/>
5	0	0	0	<input type="checkbox"/>
6	0	0	0	<input type="checkbox"/>
7	0	0	0	<input type="checkbox"/>
8	0	0	0	<input type="checkbox"/>

ht 0.2500

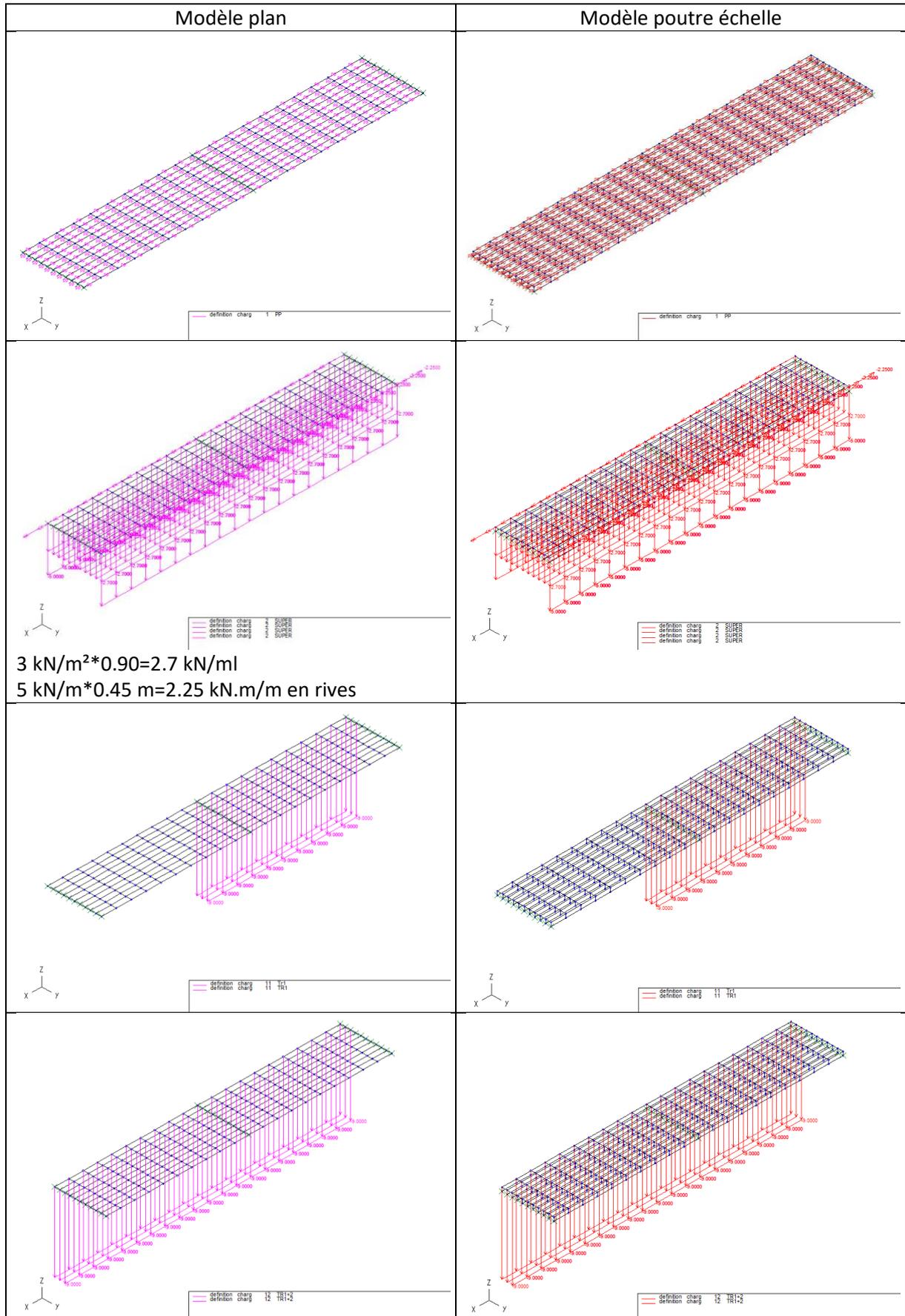
I [m⁴] = 0.00117 vs= 0.125 m
S [m²] = 0.2250 vi= 0.125 m

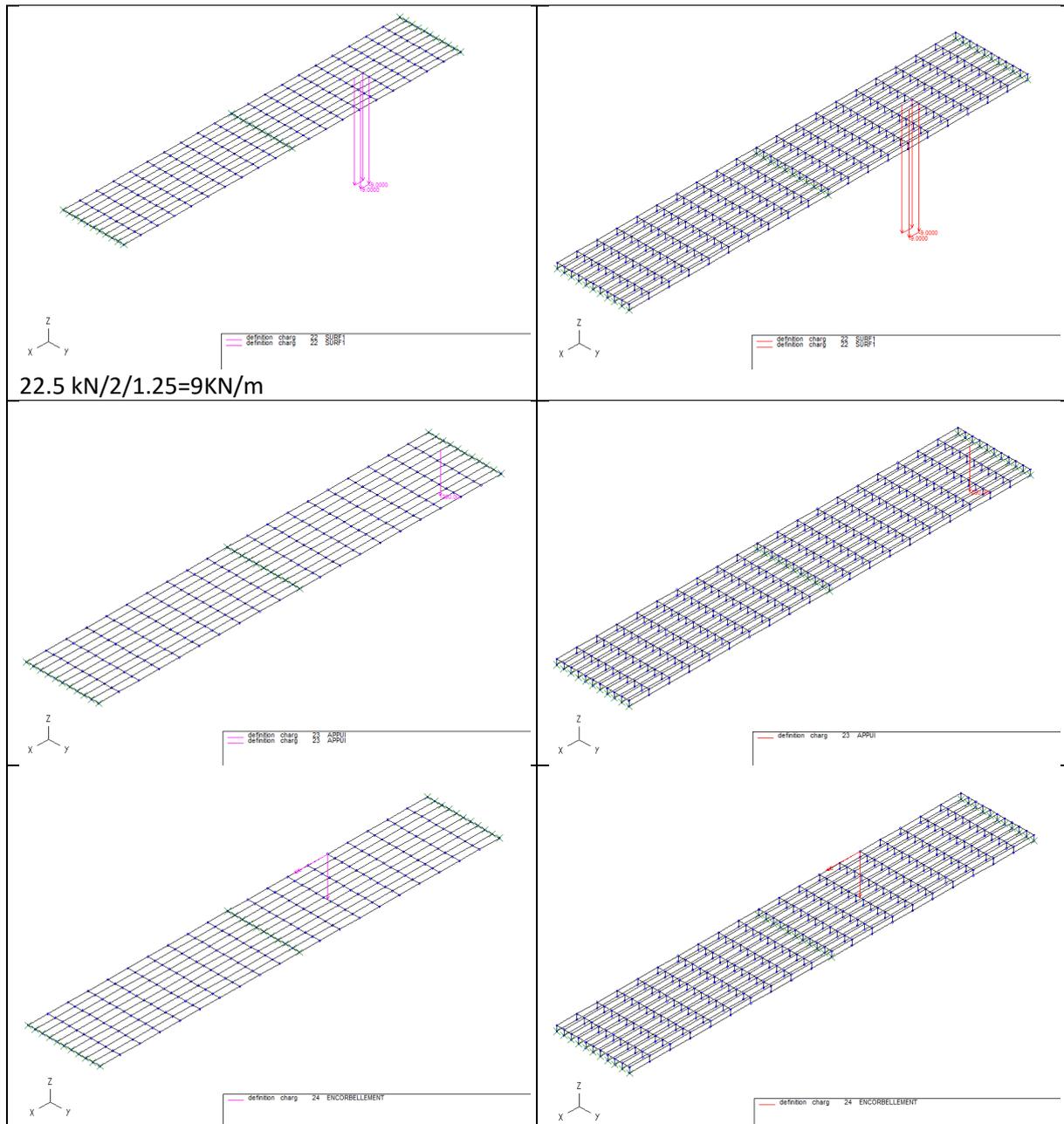
Inertie de torsion

n°	ei (m)	bs (m)	bi (m)	k
1	0.25	0.9	0.9	0.1361
gousset	0	0	0	0.0000
3	0	0	0	0.0000
talon	0	0	0	0.0000
ht	0.2500			

J [m⁴] = 0.00191

▪ Chargements





NB : ne pas oublier de ne pas activer le poids propre des lanières, sinon il sera compté deux fois.

10 Annexe – Modèle Barres + Coques

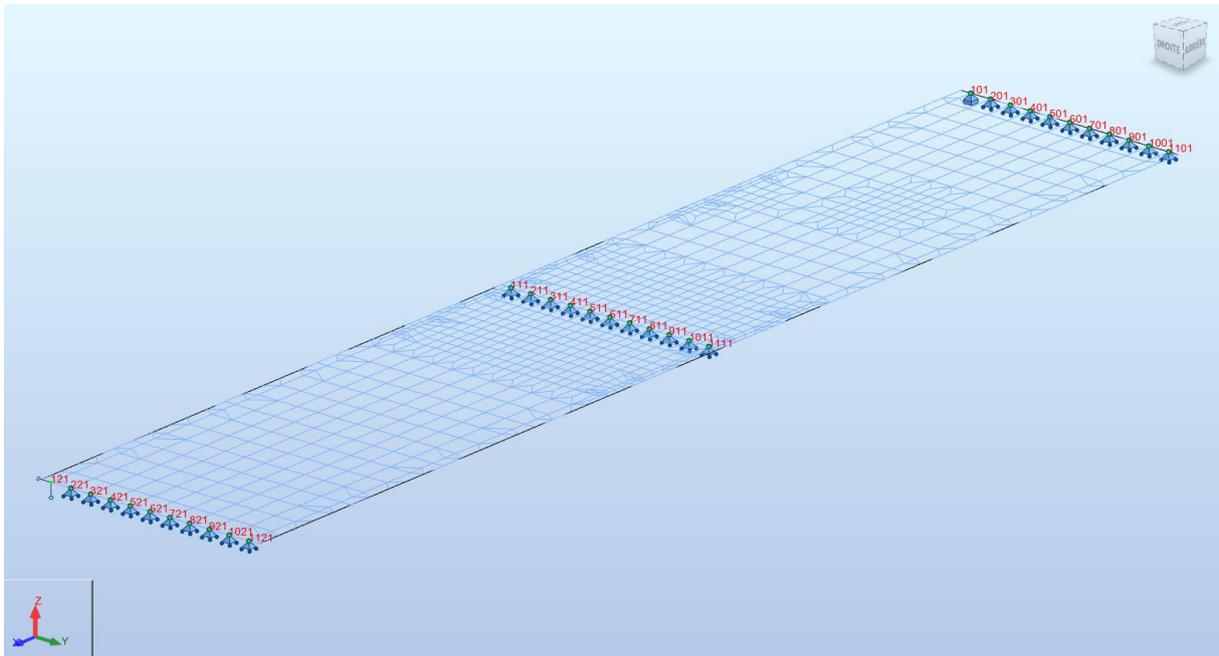
10.1 Modèle 3D

- Caractéristiques des retombées :

	Nom de la section	Liste des barres	AX [cm2]	AY [cm2]	AZ [cm2]	IX [cm4]	IY [cm4]	IZ [cm4]	E [MPa]	G [MPa]	NU
	Nervure	24A463	4000.00	3333.33	3333.33	1595952.02	3333333.33	533333.33	36000.00	15000.00	0.2

- Caractéristiques du hourdis

Panneau	Epaisseur	Matériau	Type de maillage	Type de ferrailage	Élément de construction	Figement du maillage	E [MPa]	G [MPa]	NU
23	EP25	BETON35	Coons	Coque BA2	Panneau	Oui	36000.00	15000.00	0.2



10.2 Modèle 2D

	Nom de la section	Liste des barres	AX [cm2]	AY [cm2]	AZ [cm2]	IX [cm4]	IY [cm4]	IZ [cm4]	E [MPa]	G [MPa]	NU	RO [kN/m3]
	Nervure	24A463	6250.00	2250.00	5000.00	2238758.72	9075520.83	2052083.33	36000.00	15000.00	0.2	25

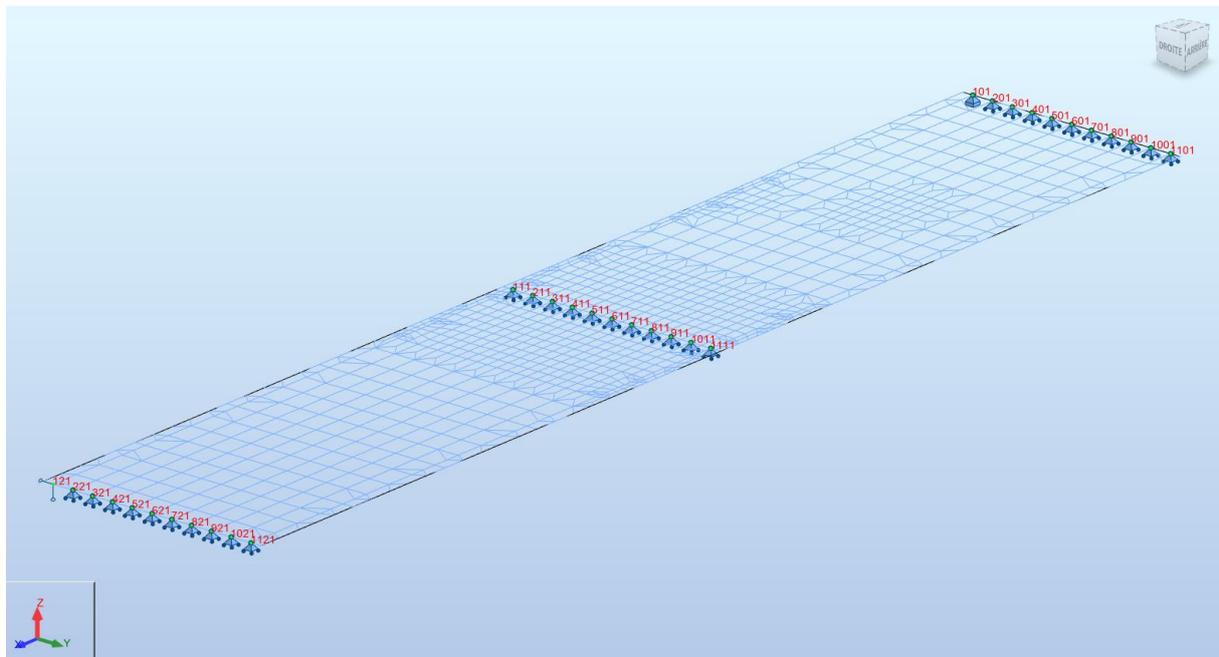
Panneau	Epaisseur	Matériau	Type de maillage	Type de ferrailage	Élément de construction	Figement du maillage	E [MPa]	G [MPa]	NU
23	EP25	BETON35_np	Coons	Coque BA2	Panneau	Oui	36000.00	15000.00	0.2

11 Annexe – Tableaux de résultats

Réactions d'appui

Poutre 1 : nœuds 101, 111, 121

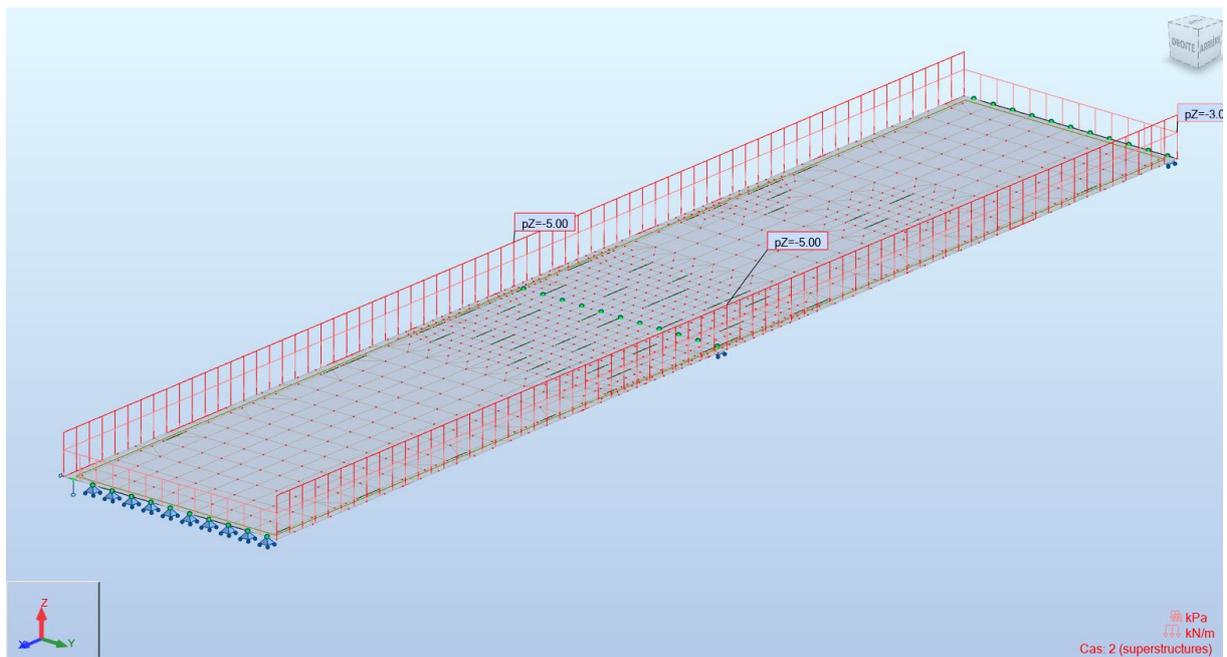
Poutre 2 : nœuds 201, 211, 221 etc...



POIDS PROPRE STRUCTURE							
Appui	GM	Grill1	Grill2	EF1	EF2	%1	%2
101	144.0	143.7	143.9	151.4	149.8	5%	-2%
111	479.0	479.0	478.7	474.8	467.7	2%	1%
121	144.0	143.7	143.9	150.9	149.7	5%	-2%
201	144.0	143.7	143.9	141.6	140.7	2%	1%
211	479.0	479.0	478.7	497.1	494.5	4%	-2%
221	144.0	143.7	143.9	142.5	140.9	2%	1%
301	144.0	143.7	143.9	142.6	142.7	1%	1%
311	479.0	479.0	478.7	476.7	478.4	0%	0%
321	144.0	143.7	143.9	142.2	142.6	1%	1%
401	144.0	143.7	143.9	142.0	142.8	1%	1%
411	479.0	479.0	478.7	474.8	478.1	1%	0%
421	144.0	143.7	143.9	141.9	142.8	1%	1%
501	144.0	143.7	143.9	142.1	143.0	1%	1%
511	479.0	479.0	478.7	474.2	477.6	1%	0%
521	144.0	143.7	143.9	142.1	143.0	1%	1%
601	144.0	143.7	143.9	142.2	143.0	1%	1%
611	479.0	479.0	478.7	474.0	477.5	1%	0%
621	144.0	143.7	143.9	142.2	143.0	1%	1%
701	144.0	143.7	143.9	142.1	143.0	1%	1%
711	479.0	479.0	478.7	474.1	477.6	1%	0%
721	144.0	143.7	143.9	142.1	143.0	1%	1%
801	144.0	143.7	143.9	142.0	142.8	1%	1%
811	479.0	479.0	478.7	474.7	478.1	1%	0%
821	144.0	143.7	143.9	142.0	142.8	1%	1%
901	144.0	143.7	143.9	142.3	142.6	1%	1%
911	479.0	479.0	478.7	476.7	478.4	0%	0%
921	144.0	143.7	143.9	142.6	142.7	1%	1%
1001	144.0	143.7	143.9	142.5	140.9	2%	1%
1011	479.0	479.0	478.7	497.2	494.5	4%	-2%
1021	144.0	143.7	143.9	141.6	140.7	2%	1%
1101	144.0	143.7	143.9	150.9	149.7	5%	-2%
1111	479.0	479.0	478.7	474.8	467.7	2%	1%
1121	144.0	143.7	143.9	151.5	149.8	5%	-2%
						max:	max:
Σ	8437	8430	8432	8432	8432	5%	2%

Peu d'écart, mais on constate que les modèles avec coques viennent surcharger les poutres de rive (effet de l'encorbellement).

Superstructures :



Gros décalage entre l'approche Guyon Massonnet et toutes les approches du fait des charges excentrées en console, notamment.

SUPERSTRUCTURES							
Appui	GM	Grill1	Grill2	EF1	EF2	%1	%2
101	39.0	81.3	84.6	77.3	79.0	10%	-52%
111	129.8	224.0	226.6	227.0	226.4	1%	-43%
121	39.0	81.3	84.6	77.5	79.2	9%	-52%
201	36.0	12.9	11.7	23.0	20.5	96%	111%
211	120.0	85.9	85.6	94.3	89.1	10%	35%
221	36.0	12.9	11.7	22.7	20.1	94%	113%
301	33.5	31.2	30.5	26.3	26.1	19%	17%
311	111.8	98.2	96.9	93.5	94.2	5%	17%
321	33.5	31.2	30.5	26.5	26.4	18%	17%
401	31.7	24.2	23.7	24.5	24.7	4%	31%
411	105.7	86.4	85.5	84.6	86.2	2%	23%
421	31.7	24.2	23.7	24.4	24.6	4%	31%
501	30.6	24.5	24.0	23.4	23.9	5%	28%
511	102.0	84.4	83.9	81.1	83.4	4%	23%
521	30.6	24.5	24.0	23.4	23.9	5%	28%
601	30.2	23.8	23.4	23.1	23.6	3%	29%
611	100.7	83.0	82.8	79.9	82.4	4%	23%
621	30.2	23.8	23.4	23.1	23.6	3%	29%
701	30.6	24.5	24.0	23.4	23.9	5%	28%
711	102.0	84.4	83.9	81.0	83.3	4%	23%
721	30.6	24.5	24.0	23.4	23.9	5%	28%
801	31.7	24.2	23.7	24.5	24.6	4%	31%
811	105.7	86.4	85.5	84.5	86.2	2%	23%
821	31.7	24.2	23.7	24.5	24.6	4%	31%
901	33.5	31.2	30.5	26.5	26.4	18%	17%
911	111.8	98.2	96.9	93.5	94.1	5%	17%
921	33.5	31.2	30.5	26.3	26.1	19%	17%
1001	36.0	12.9	11.7	22.7	20.1	94%	113%
1011	120.0	85.9	85.6	94.3	89.1	10%	35%
1021	36.0	12.9	11.7	23.0	20.5	96%	111%
1101	39.0	81.3	84.6	77.4	79.2	9%	-52%
1111	129.8	224.0	226.6	227.2	226.6	1%	-43%
1121	39.0	81.3	84.6	77.4	79.1	9%	-52%
						max:	max:
Σ	1983	1985	1985	1985	1985	96%	113%

Chargements en travée – travée 1 :

TRAVEE 1							
Appui	GM	Grill1	Grill2	EF1	EF2	%1	%2
101	64.6	141.5	145.3	132.6	136.9	10%	-54%
111	92.3	160.0	161.5	158.5	160.5	2%	-42%
121	-9.2	-18.6	-18.2	-17.8	-17.5	-6%	-49%
201	56.0	42.7	41.7	59.0	53.8	41%	14%
211	80.1	99.2	97.3	106.6	101.4	9%	-21%
221	-8.0	-0.7	-0.6	-3.4	-2.8	-83%	322%
301	47.0	63.5	64.3	55.7	54.4	18%	-21%
311	67.2	87.1	86.5	86.7	85.5	2%	-22%
321	-6.7	-6.5	-6.2	-5.3	-5.0	-22%	17%
401	37.7	28.3	27.4	29.8	29.8	9%	31%
411	54.0	43.6	43.3	43.1	43.5	1%	24%
421	-5.4	-4.5	-4.4	-4.7	-4.6	-5%	18%
501	29.2	17.1	15.3	15.8	16.6	12%	80%
511	41.7	23.9	22.9	21.7	23.1	10%	82%
521	-4.2	-4.3	-4.1	-4.0	-4.1	-7%	1%
601	21.8	9.5	7.9	8.5	9.5	21%	147%
611	31.2	12.8	11.9	10.8	12.4	18%	160%
621	-3.1	-3.6	-3.4	-3.3	-3.5	-8%	-10%
701	15.7	4.9	3.7	4.2	5.1	38%	252%
711	22.5	6.2	5.6	4.5	6.0	37%	303%
721	-2.2	-2.9	-2.8	-2.7	-3.0	-10%	-21%
801	10.9	2.8	2.3	1.9	2.7	49%	351%
811	15.6	2.3	2.4	1.1	2.3	117%	670%
821	-1.6	-2.6	-2.6	-2.2	-2.5	-17%	-37%
901	7.0	-1.2	-1.0	1.2	1.3	-209%	10648%
911	10.1	-0.6	0.2	-0.6	-0.1	-137%	-3778%
921	-1.0	-1.1	-1.3	-2.0	-2.2	-50%	-39%
1001	3.9	8.6	12.2	5.8	4.9	147%	-51%
1011	5.5	-0.7	2.0	0.5	-0.1	-393%	1166%
1021	-0.5	-5.2	-5.5	-3.1	-3.4	-43%	-87%
1101	1.1	-22.3	-23.4	-19.2	-19.6	-18%	-105%
1111	1.6	-12.0	-12.1	-11.0	-12.6	-12%	-114%
1121	-0.2	8.0	7.2	6.2	6.4	28%	-102%
	675	675	675	675	675	147%	10648%

Chargements en travée – travées 1 + 2:

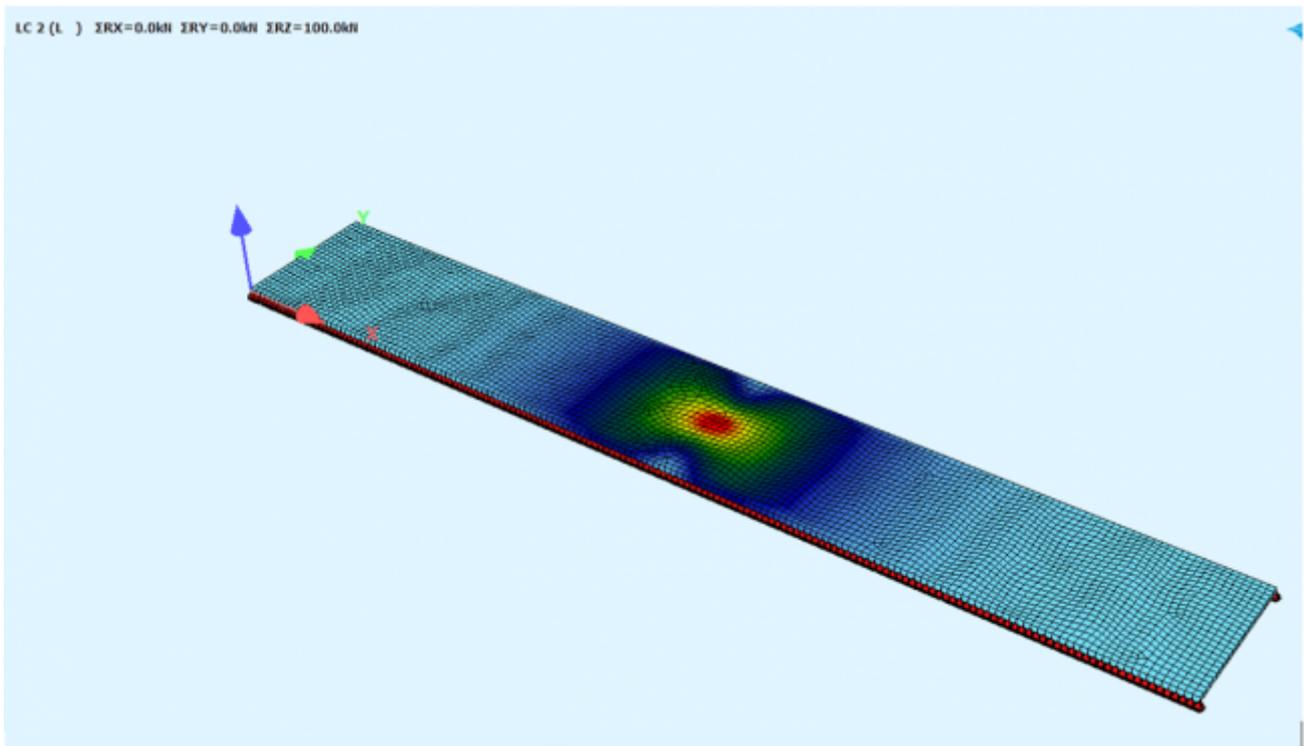
TRAVEE 1+2							
Appui	GM	Grill1	Grill2	EF1	EF2	%1	%2
101	55.4	122.9	127.1	114.9	119.5	11%	-54%
111	184.7	320.0	323.1	317.3	321.2	2%	-42%
121	55.4	122.9	127.1	115.2	119.8	10%	-54%
201	48.0	41.9	41.1	55.4	50.8	35%	2%
211	160.3	198.5	194.6	212.8	202.8	9%	-21%
221	48.0	41.9	41.1	54.9	50.1	33%	2%
301	40.3	57.0	58.1	50.6	49.5	17%	-25%
311	134.3	174.3	173.0	173.3	170.9	2%	-22%
321	40.3	57.0	58.1	51.0	49.9	16%	-25%
401	32.4	23.8	22.9	25.1	25.3	10%	33%
411	108.0	87.3	86.5	86.1	87.0	1%	24%
421	32.4	23.8	22.9	25.0	25.2	10%	34%
501	25.0	12.8	11.1	11.8	12.5	15%	107%
511	83.4	47.8	45.8	43.4	46.2	10%	82%
521	25.0	12.8	11.1	11.8	12.5	15%	107%
601	18.7	5.9	4.4	5.2	5.9	34%	248%
611	62.3	25.7	23.7	21.7	24.8	18%	160%
621	18.7	5.9	4.4	5.2	5.9	34%	249%
701	13.5	2.0	0.9	1.5	2.1	137%	730%
711	45.0	12.3	11.3	9.1	12.0	36%	303%
721	13.5	2.0	0.9	1.5	2.1	137%	731%
801	9.3	0.2	-0.2	-0.3	0.2	-159%	-17855%
811	31.2	4.5	4.9	2.2	4.5	117%	671%
821	9.3	0.2	-0.2	-0.3	0.1	-154%	-13915%
901	6.0	-2.3	-2.4	-0.7	-0.8	-70%	-492%
911	20.1	-1.3	0.5	-1.2	-0.2	-137%	-3729%
921	6.0	-2.3	-2.4	-0.6	-0.7	-77%	-510%
1001	3.3	3.4	6.6	2.5	1.4	374%	-5%
1011	11.0	-1.4	4.0	1.1	-0.2	-393%	1155%
1021	3.3	3.4	6.6	2.3	1.2	444%	-2%
1101	1.0	-14.4	-16.3	-12.9	-13.2	-21%	-107%
1111	3.2	-24.0	-24.3	-22.1	-25.1	-12%	-114%
1121	1.0	-14.4	-16.3	-12.7	-13.1	-22%	-107%
	1349	1350	1350	1350	1350	444%	17855%

12 Annexe – Fichiers ST1

Les fichiers textes sont téléchargeables sur le site.

Exemple D - Cas simple : modélisation d'une roue Br

L'objectif de cet exemple est de montrer les écarts que l'on peut obtenir avec plusieurs logiciels différents pour un même calcul, *a priori* très simple et de confirmer les propositions [du chapitre D.5.2](#).



Auteurs: Franck Dubois, Valentina Bruno et Didier Guth.

Lien vers le fichier: <https://cloud.afgc.asso.fr/s/58c5AX359ePN92K>

Laissez nous vos commentaires et suggestions pour améliorer le site !

[Lien vers la bibliographie](#)

[Retour vers l'accueil](#)

From:

<https://wiki-gtef.frama.wiki/> - **Bilan du Groupe de Travail AFGC sur les éléments finis**

Permanent link:

<https://wiki-gtef.frama.wiki/accueil-gtef:partie-3:exemple-d>

Last update: **2020/06/14 20:25**



Mise en pratique du lissage
Exemple de la roue Br du fascicule 61 titre II
Groupe de Travail sur les éléments finis

Rédacteur : D. Guth, avec le support de V. Bruno et F. Dubois.

Table des matières

1	Introduction.....	3
1.1	Objet.....	3
1.2	Configuration d'étude	3
1.3	Cas étudiés	4
2	Synthèse – Conclusion.....	5
3	Annexe 1 – Modèle R1 – lissage manuel.....	8
4	Annexe 2 - Utilisation des fonctions de lissage d'un logiciel – modèle R1.....	12
4.1	Utilisation d'un lissage automatisé – charge répartie – maille 25x25 cm ²	12
4.2	Utilisation d'un lissage automatisé – charge répartie – maille 100x100 cm ²	15
4.3	Lissage avec une force ponctuelle.....	17
4.4	Pour mémoire : répartition de la charge sur plusieurs charges ponctuelles	19
5	Annexe 3 – Modèle R2 - Maille centrée sous charge diffusée	20
6	Annexe 4 – Données du calcul EF – modèles R1 et R2.....	24
7	Annexe 5 – Modèle Sofistik.....	25
7.1	Charge répartie – maille ≈25 x 25 cm ²	25
7.2	Effort ponctuel – maille ≈25 x 25 cm ²	30
8	Annexe 6 – Logiciel Pythagore	33
8.1	Charge répartie – maille =25 x 25 cm ²	34
8.1.1	Sans lissage.....	34
8.1.2	Avec lissage aux nœuds.....	34
8.2	Charge concentrée – maille = 25 x 25 cm ²	35
8.2.1	Sans lissage.....	35
8.2.2	Avec lissage.....	35
8.3	Charge répartie – maille = 100 x 100 cm ²	36
8.3.1	Sans lissage.....	36
8.3.2	Avec lissage.....	36

8.4	Charge concentrée – maille = 100 x 100 cm ²	37
8.4.1	Sans lissage	37
8.4.2	Avec lissage aux noeuds	37
8.5	Charge répartie – maillage automatique ≈ 25 x 25 cm ²	38
8.5.1	Sans lissage	38
8.5.2	Avec lissage aux nœuds	38
9	Annexe 7 – Abaques du Sétra – Bulletin technique n°1	39
10	Annexe 8 – Abaques de Pücher	41

1 Introduction

1.1 Objet

L'objet de ce document est, sur la base d'un exemple extrêmement simple, de montrer les écarts que l'on peut obtenir suivant la modélisation adoptée, en fonction d'un certain nombre de paramètres : taille des mailles, façon de modéliser la charge, étendue du lissage, notamment et sur plusieurs logiciels.

Il sert de support d'illustration au §D.5.2.1 du Wiki (<https://wiki-gtef.frama.wiki/accueil-gtef:partie-2:chapitre-d:d5>)

Il n'a pas la prétention de représenter exhaustivement les cas de figures que peut rencontrer le modélisateur, en revanche il est facilement reproductible par chacun sur son logiciel de prédilection et peut servir de benchmark.

Il vise à illustrer les problèmes courants que rencontre l'ingénieur dans son quotidien : comment modéliser les charges (ponctuelles ou réparties ?), sur quelle longueur lisser (2h, 4h, autre ?), où lire les valeurs (aux nœuds, aux centre des mailles ?), quelle forme pour les éléments ? (triangulaires ? quadrangulaires ?), le lissage (ou « moyennage ») réalisé par le logiciel est-il correct ? Etc...

Si vous souhaitez partager vos résultats provenant d'un autre logiciel que Robot (R), Sofistik (S) ou Pythagore (P), la bonne adresse est elements.finis@afgc.asso.fr

1.2 Configuration d'étude

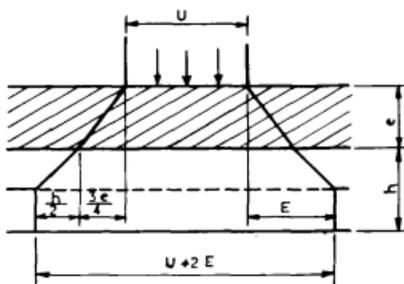
Nous allons calculer des efforts dus à un impact d'une roue Br (fascicule 61 titre II), centrée sur un hourdis de pont.

Un document de référence est le Bulletin Technique n°1 du SETRA. Dans ce bulletin, les efforts ont été calculés pour une série de configurations géométriques données.

Les calculs ont été menés par le SETRA avec un coefficient de Poisson de 0.15 pour le béton.

Le guide ne précise pas si les valeurs du guide ont été lissées ou non.

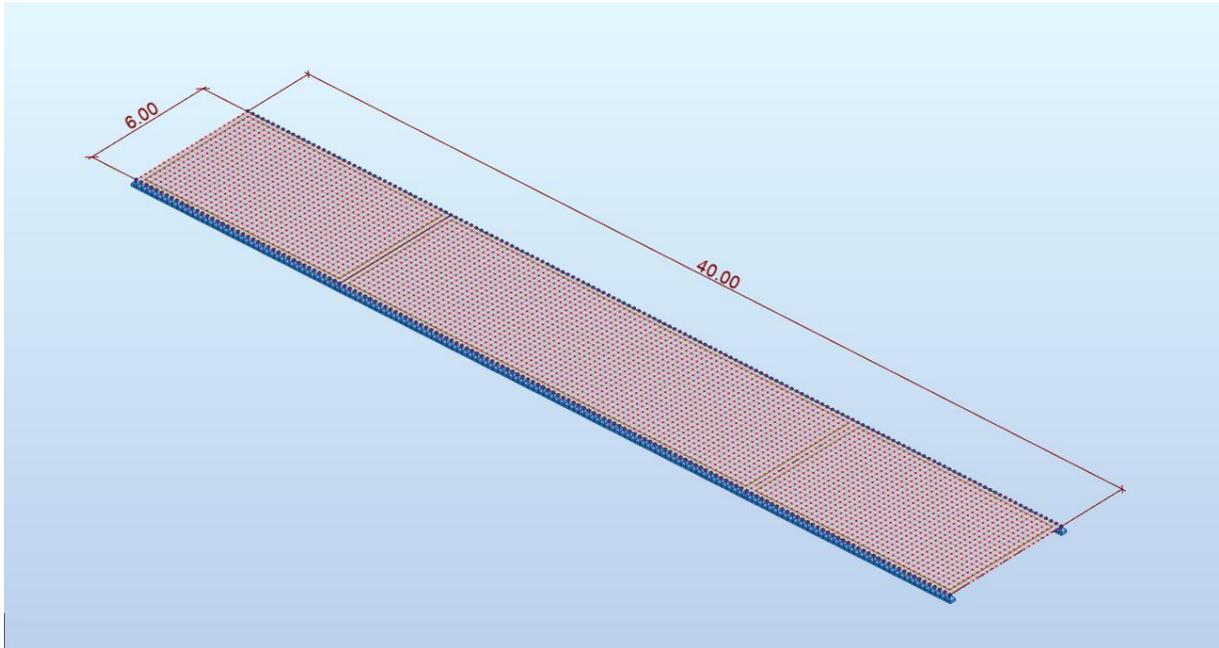
→ Nous calculons l'effet d'une roue Br, avec une diffusion sur E=10 cm.



L'impact de 60 cm (transversaux) x 30 cm (sens de circulation) est, par conséquent, à modéliser diffusé sur un impact de 80 cm x 50 cm².

La force de l'impact est de 10 tonnes, que nous prenons égale à 100 kN, soit une pression de 250 kPa.

La dalle modélisée a des dimensions de $b=40$ m ($b \approx \infty$) et $a=6$ m :



Les mailles ont une taille de 25×25 cm², soit l'épaisseur h du hourdis modélisé au carré.

En complément, on effectue également un calcul avec des mailles de 100×100 cm² pour évaluer l'impact de l'augmentation de la maille sur les résultats.

1.3 Cas étudiés

Nous étudions, avec 3 logiciels (appelés R, S et P), en tout ou partie, les configurations suivantes :

- Maille de 25×25 cm²/ charge répartie/ charge ponctuelle – éléments quadrangulaires (éventuellement triangulaires) ;
- Maille de 100×100 cm²/ charge répartie/ charge ponctuelle – éléments quadrangulaires.

2 Synthèse – Conclusion

Toutes les sorties graphiques sont fournies en Annexe.

Nous comparons les valeurs calculées aux valeurs du BT1 qui servent de point de référence.

Efforts en kN.m/m

	Mxx	Ecart/BT1	Myy	Ecart/BT1	
BT1 SETRA	23.5	-	28.7	-	Annexe 7
Charge répartie - Maillage 25x25					
Modèle R1, valeurs de pic	24.2	2.7%	29.0	1.0%	Annexe 1
Modèle R2, valeurs de pic	23.2	-1.3%	28.5	-0.6%	Annexe 3
Modèle R1, 25x25, lissage manuel sur 2h	23.3	-0.7%	28.0	-2.4%	Annexe 1
Modèle R1, 25x25, lissage auto sur 2h	23.4	-0.3%	28.1	-2.3%	Annexe 2
Modèle R2, 25*25, lissage auto sur 2h	22.1	-6.2%	27.5	-4.5%	Annexe 3
Logiciel S, Quad - 25*25, lissage sur 2h	23.6	0.4%	28.6	-0.3%	Annexe 5
Logiciel S, Triang - 25*25	21.0	-11.9%	26.9	-6.7%	Annexe 5
Logiciel P, Quad - 25*25	21.6	-9.0%	27.4	-4.7%	Annexe 6
Modèle R1 - 25x25, lissage manuel sur 4h	21.9	-7.4%	26.7	-7.5%	Annexe 1
Modèle R1, 25x25, lissage auto sur 4h	22.0	-7.1%	26.7	-7.4%	Annexe 2
Modèle R2, 25*25, lissage auto sur 4h	20.9	-12.4%	26.2	-9.8%	Annexe 3
Logiciel S, Quad - 25*25, lissage sur 4h	22.8	-3.3%	27.8	-3.2%	Annexe 5
Charge répartie - Maillage 100x100					
Modèle R1, 100x100, lissage auto 2h	21.9	-7.3%	27.9	-2.7%	Annexe 2
Modèle R1, 100x100, lissage auto 4h	20.5	-14.5%	26.6	-8.0%	Annexe 2
Logiciel P, 100x100	13.5	-74.3%	19.7	-45.8%	Annexe 6
Force ponctuelle - Maillage 25x25					
Modèle R1 - 25x25	37.1	36.7%	41.8	31.3%	Annexe 2
Modèle R1 - 25x25	28.1	16.3%	34.9	17.6%	Annexe 2
Modèle S	45.7	48.6%	52.6	45.4%	Annexe 5
Modèle P	28.1	16.4%	34.8	17.6%	Annexe 6

Conclusion :

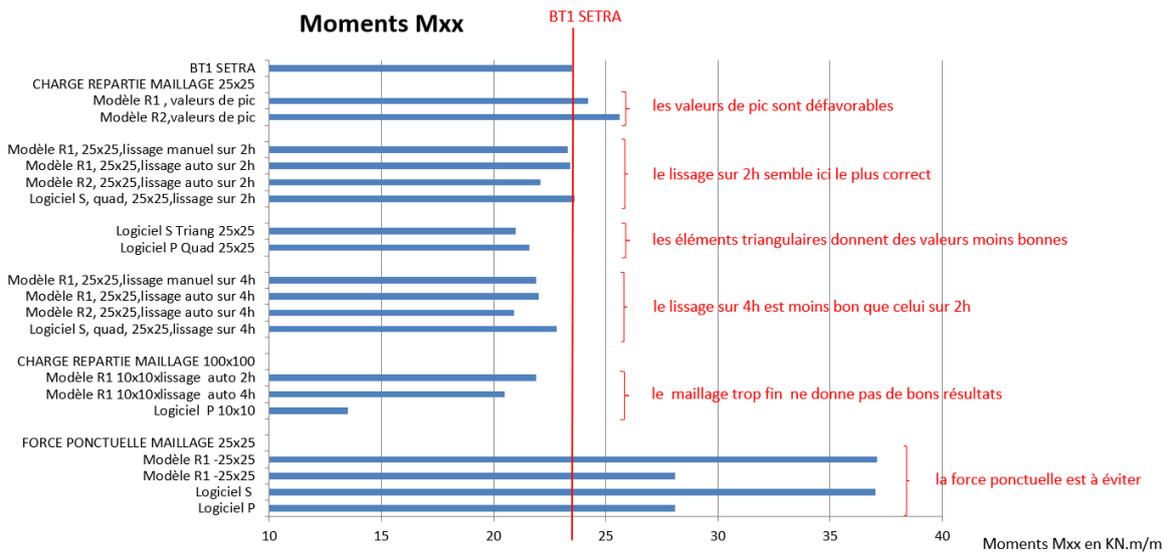
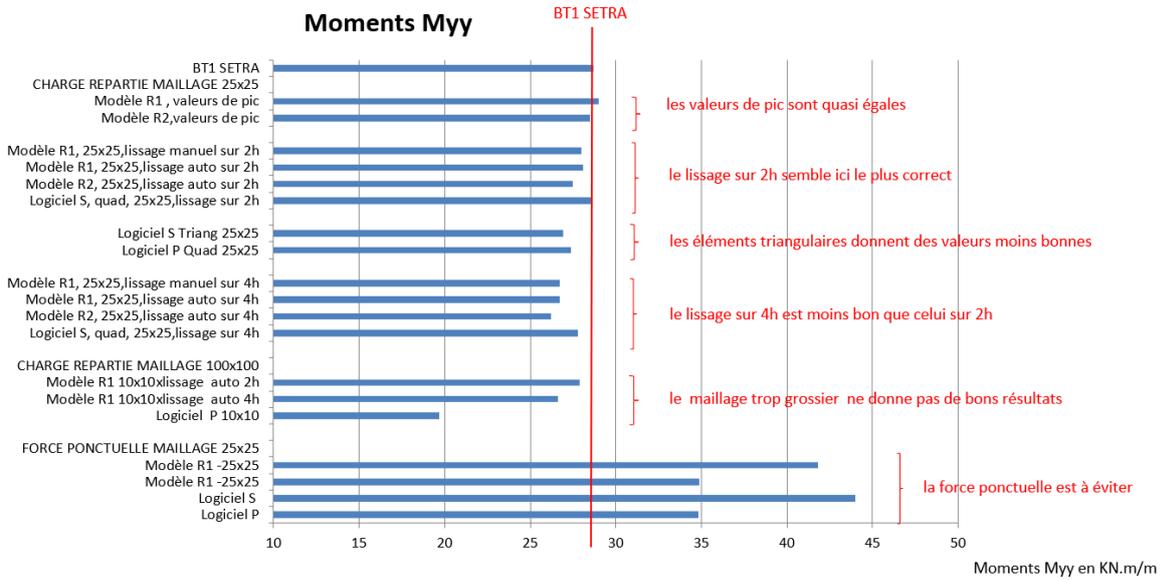
De ces petits calculs, nous pouvons déjà tirer les enseignements suivants :

- Il est primordial de bien comprendre ce que fait le logiciel en termes d'affichage et de lissage. Bien sûr, on peut toujours dimensionner avec le pire cas de figure, mais quand bien même on arriverait à le justifier, cette approche ne serait pas économique. Il ne faut pas hésiter à insister auprès de l'éditeur pour que le logiciel ne reste pas une boîte noire pour le modélisateur;
- Éviter les forces ponctuelles, elles sont trop défavorables et, de plus, n'ont pas de sens physique. Si décrire des surfaces d'impact pour des charges roulantes s'avère complexe, par exemple, il faut *a minima* transformer la force unique en plusieurs forces ponctuelles ;
- Compte tenu des écarts observés, il est inutile de fournir des résultats avec 8 décimales ... 1 seule suffit ;

- Cet exemple illustre pourquoi lors d'un visa, d'un contrôle externe ou extérieur des études, il convient de faire préciser dans la note d'hypothèses/de modélisation la taille des mailles, le type d'élément et la logique de lissage qui seront d'adoptées.
Il est loisible également de se fixer la tolérance avec laquelle on va accepter que les résultats soient considérés comme « justes ». Il est en effet peu probable que deux logiciels fournissent les mêmes résultats ; les logiciels doivent pouvoir converger avec un écart de 5% maximum (sous réserve d'accorder ses violons au départ de l'étude et dans le cas d'un calcul linéaire).
- Comme indiqué dans le Wiki, la logique de lissage reste soumise au jugement de l'ingénieur, néanmoins l'épaisseur de la dalle et la surface d'impact de la charge doivent guider le choix.
A partir du moment où la force est répartie sur une surface d'impact définie au feuillet moyen de la dalle et que la taille du maillage est dans un rapport raisonnable à la fois avec l'épaisseur de la dalle et les dimensions du rectangle d'impact de la charge, prendre la valeur de pic pour ferrailer, où la valeur lissée sur 2h ne conduit pas à des écart trop importants – ce qu'on peut constater dans le tableau ci-avant.
Il ne faut pas oublier que des charges roulantes ne vont pas solliciter toute l'étendue des sections transversales en même temps, puisque par nature elles se déplacent.
Le choix entre un lissage sur 2h ou 4h doit également se faire à partir d'une réflexion sur la capacité de redistribution transversale et/ou l'incidence d'une augmentation des contraintes de quelques % ; les conséquences n'étant pas forcément les mêmes entre un calcul aux ELS caractéristiques et un calcul d'ouverture de fissure ou de fatigue ;
- Si l'on considère que les valeurs du SETRA sont des valeurs justes (bien que nous n'ayons aucune indication sur un éventuel lissage), on se rend compte que l'approche consistant à lisser sur 2h semble ici la plus licite ;
- Les éléments triangulaires donnent des valeurs moins bonnes à taille de maille égale, ce qui confirme ce que le Wiki indique en Partie 2 – A2 ;

En tout état de cause, il appartient à l'ingénieur de se faire une idée quant aux incidences de la taille des mailles ou la façon de modéliser les charges, via des essais sur des parties simplifiées de modèles et d'en évaluer la sensibilité.

De manière synthétique :

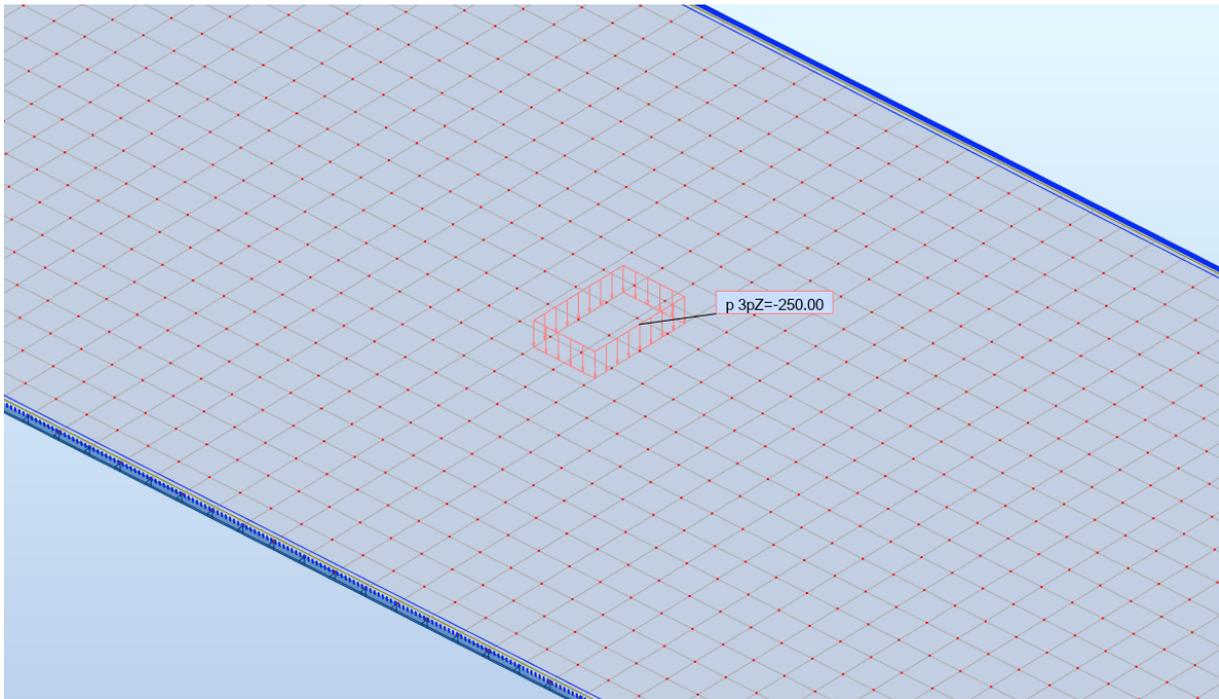


3 Annexe 1 – Modèle R1 – lissage manuel

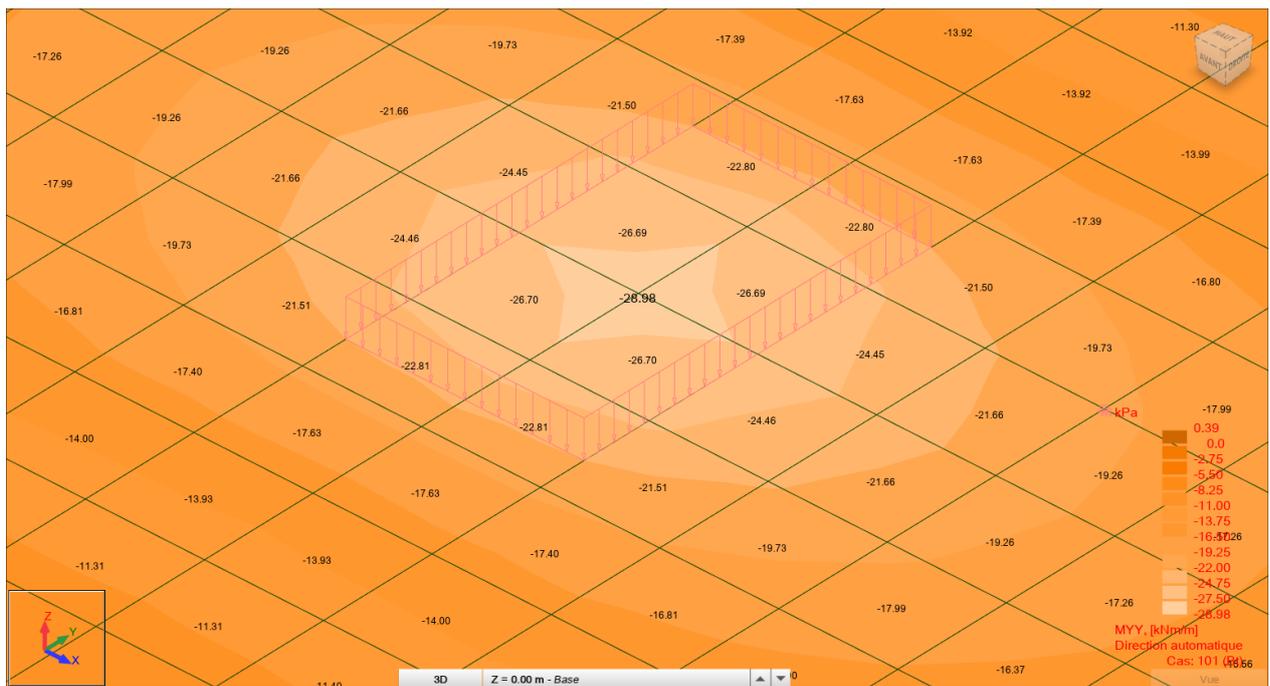
Ce modèle possède un nœud sous le centre du rectangle d'impact par opposition au modèle 2 qui a été bâti pour avoir le centre d'une maille 25x25 sous le centre du rectangle d'impact – Voir Annexe 3.

Le présent § calcule les efforts lissés, de manière manuelle, par opposition à l'Annexe 2. Nous allons constater que les écarts sont minimes entre les deux approches.

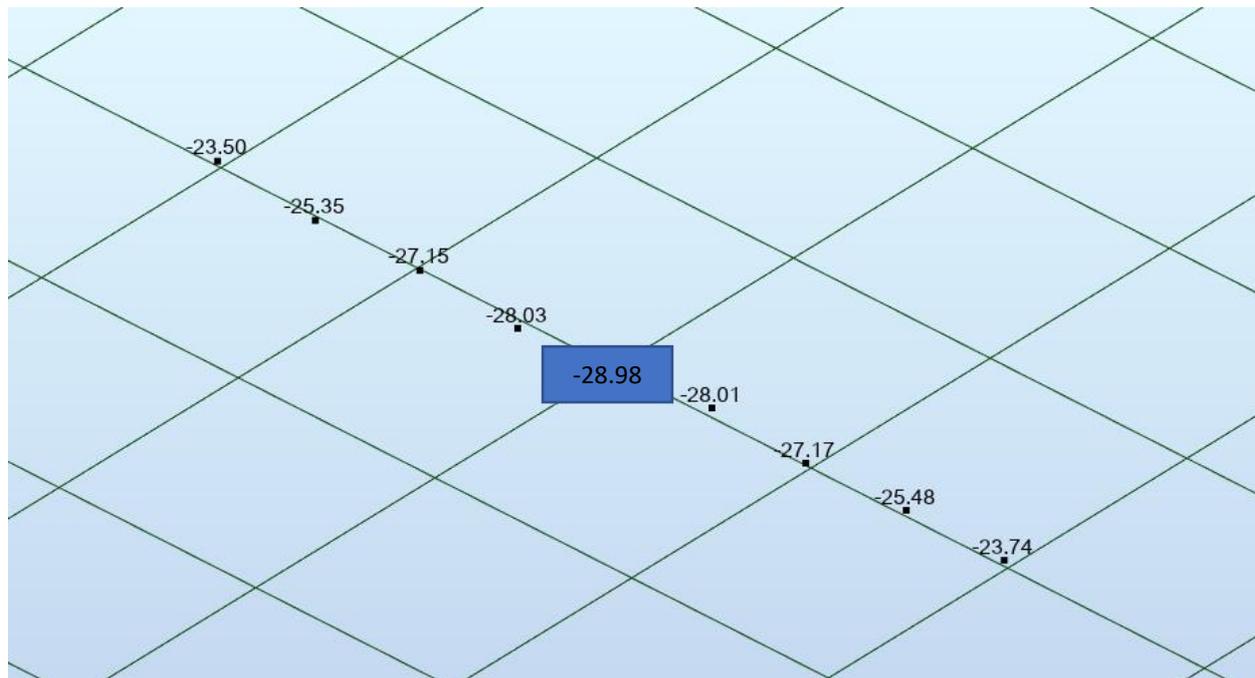
- Surface d'impact de la charge avec la taille des mailles



- Moment My (transversal)



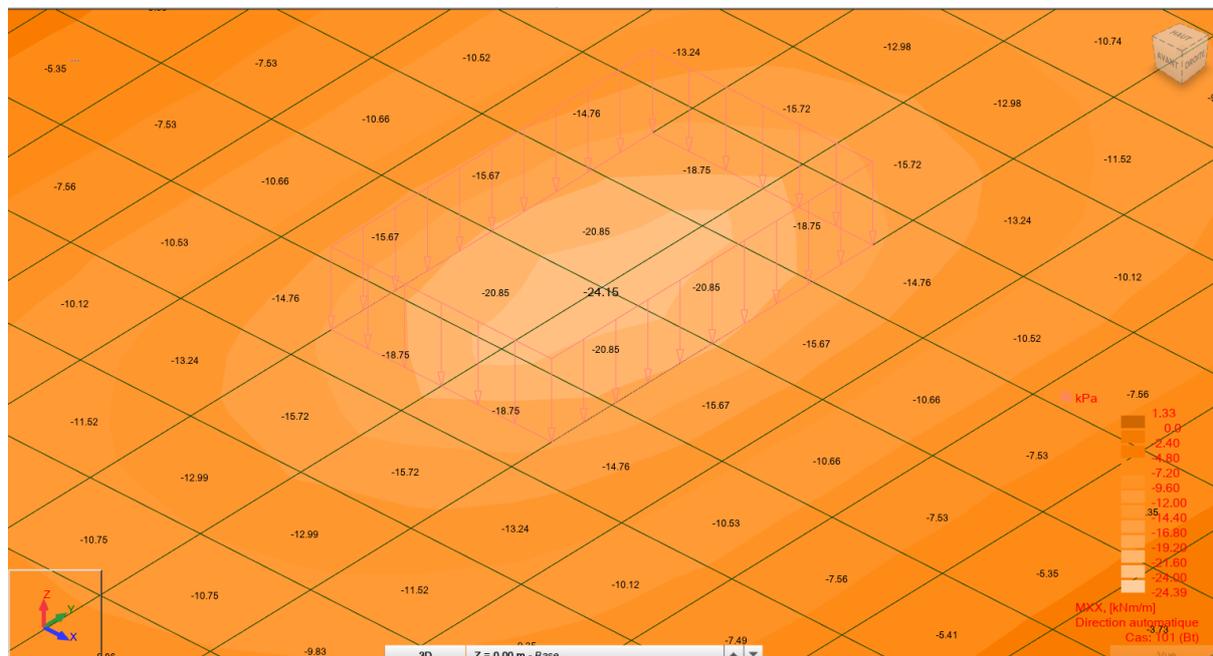
Valeurs relevées tous les ≈ 12.5 cm à l'axe central du hourdis :



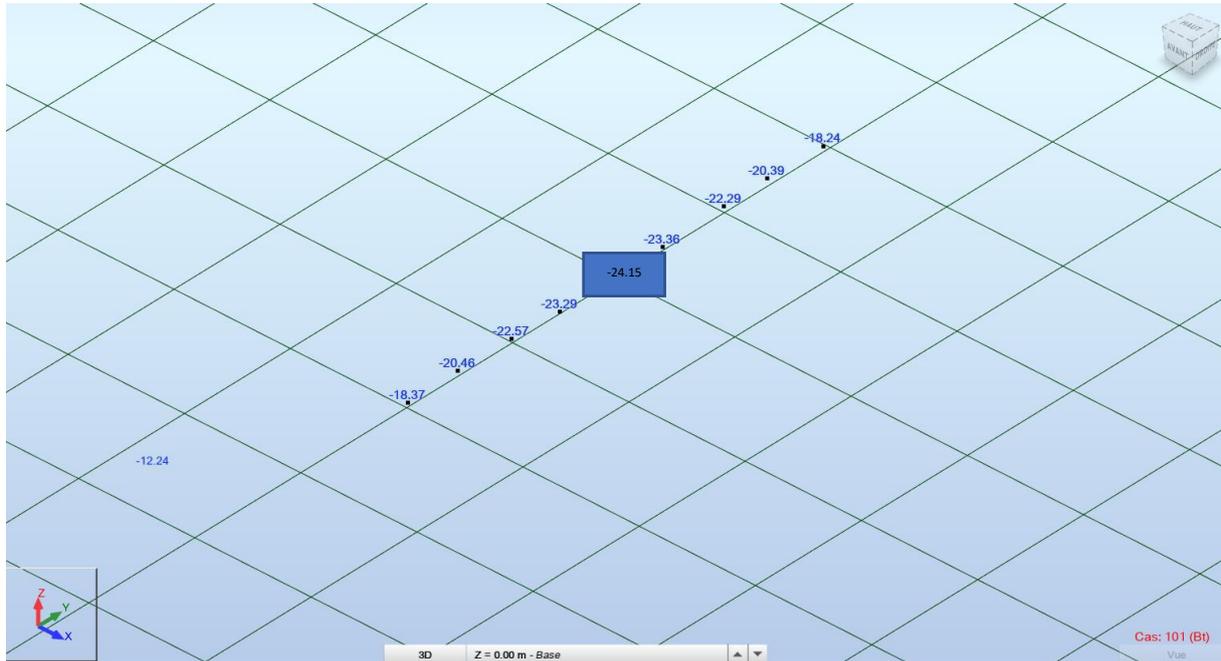
► Valeur moyenne sur 2 mailles : 28.04 kN.m/m

► Valeur moyenne sur 4 mailles : 26.7 kN.m/m

- Moment Mx (longitudinal)



- Valeurs relevées tous les ≈ 12.5 cm à l'axe transversal :



► Valeur moyenne sur 2 mailles : 23.3 kN.m/m

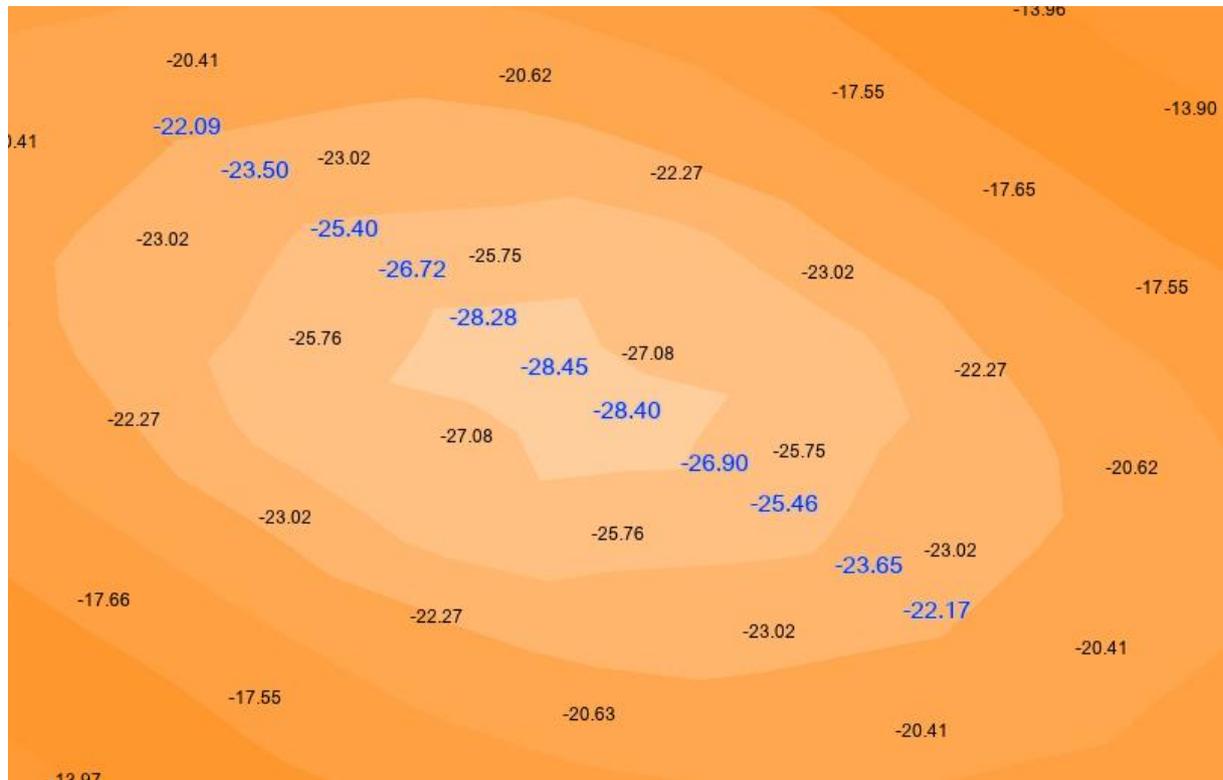
► Valeur moyenne sur 4 mailles : 21.9 kN.m/m

- **Détail du lissage** (à partir de l'intégrale) :

Nous lisons sur 2 mailles = 0.50 m = 2h et sur 4 mailles = 1 m = 4h.

Moment transversal M_{yy} (kN.m/m)				Moment longitudinal M_{xx} (kN.m/m)			
28.98	1.00	28.98		24.15	1.00	24.15	
28.01	2.00	56.02		23.35	2.00	46.70	
27.15	2.00	54.30		22.50	2.00	45.00	
25.40	2.00	50.80		20.50	2.00	41.00	
23.60	1.00	23.60		18.30	1.00	18.30	
	8.00	213.70	26.71		8.00	175.15	21.89
28.98	1.00	28.98		24.15	1.00	24.15	
28.01	2.00	56.02		23.35	2.00	46.70	
27.15	1.00	27.15		22.50	1.00	22.50	
	4.00	112.15	28.04		4.00	93.35	23.34

Pour mémoire : effet d'un décalage de la charge de 0.125 m en X (longitudinal) : ne change pratiquement rien, ci-après.



My, lissé sur 1.00 m -> My=26.6 kN.m/m

My, lissé sur 0.50 m -> My=28.0 kN.m/m

Ces valeurs sont quasi identiques au cas sans décalage.

Moment transversal Myy (kN.m/m)			
28.45	1.00	28.45	
28.35	2.00	56.70	
26.70	2.00	53.40	
25.40	2.00	50.80	
23.55	1.00	23.55	
	8.00	212.90	26.61
28.45	1.00	28.45	
28.35	2.00	56.70	
26.70	1.00	26.70	
	4.00	111.85	27.96

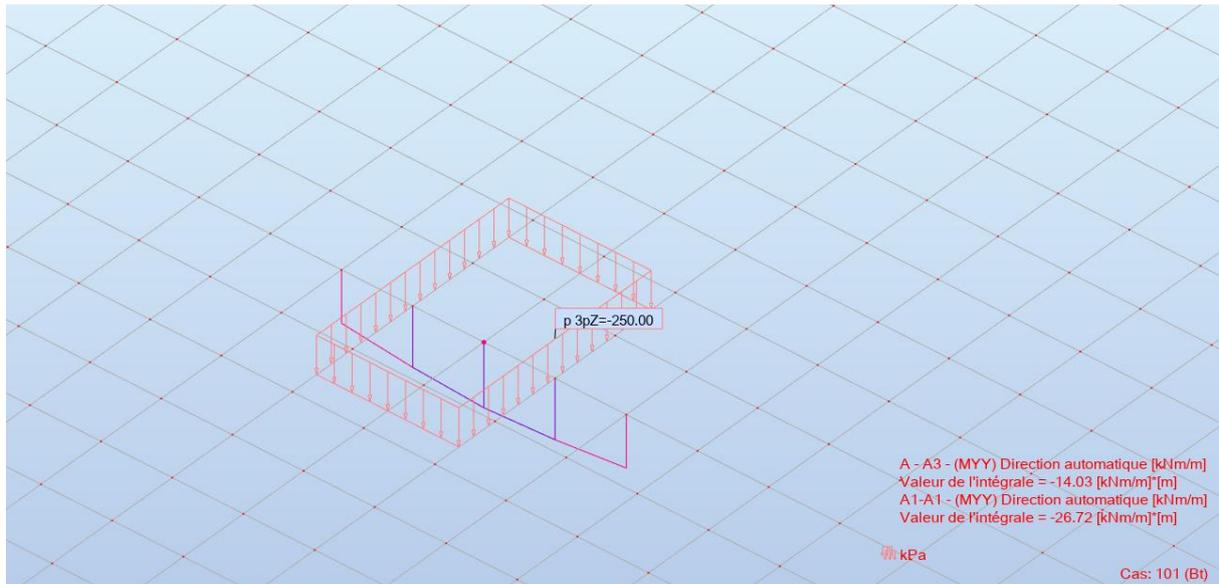
4 Annexe 2 - Utilisation des fonctions de lissage d'un logiciel – modèle R1

Divers tests sont effectués pour juger de la sensibilité à la taille du maillage.

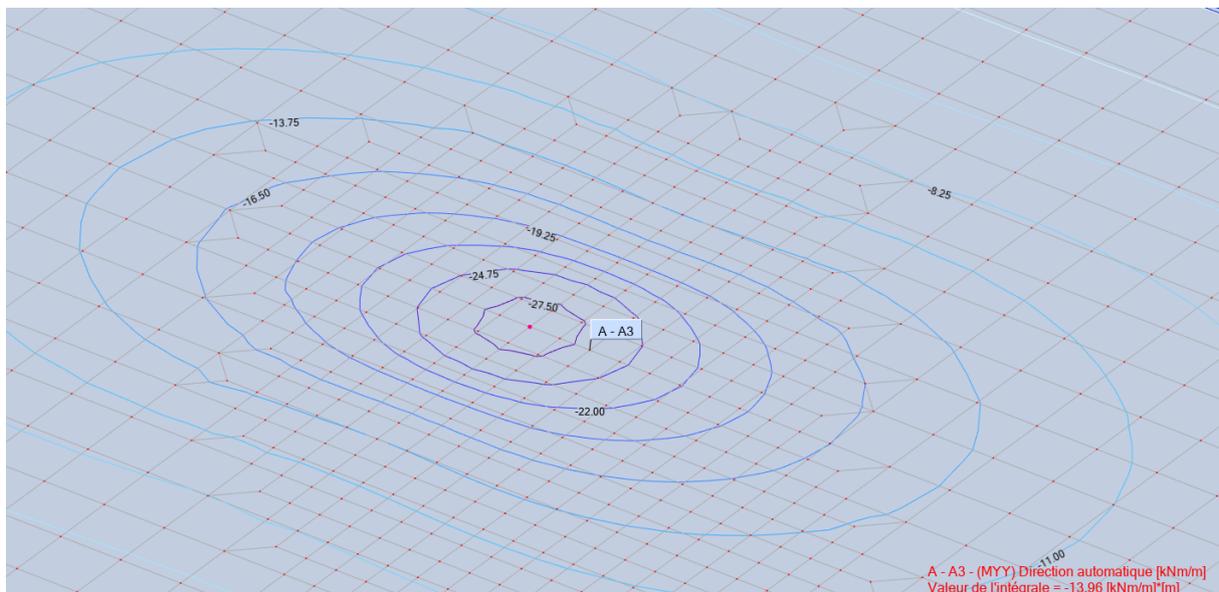
On effectue également un calcul avec une force ponctuelle

4.1 Utilisation d'un lissage automatisé – charge répartie – maille 25x25 cm²

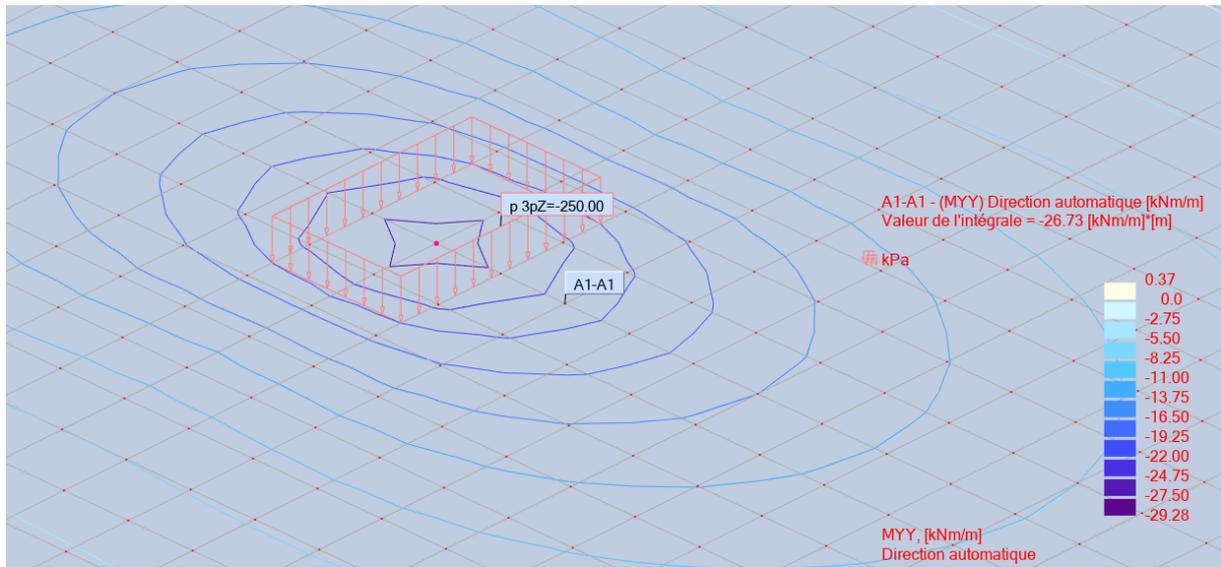
- Sur 0.50 m: $M_y = 14.03 / 0.50 = 28.06 \text{ kN.m/m}$



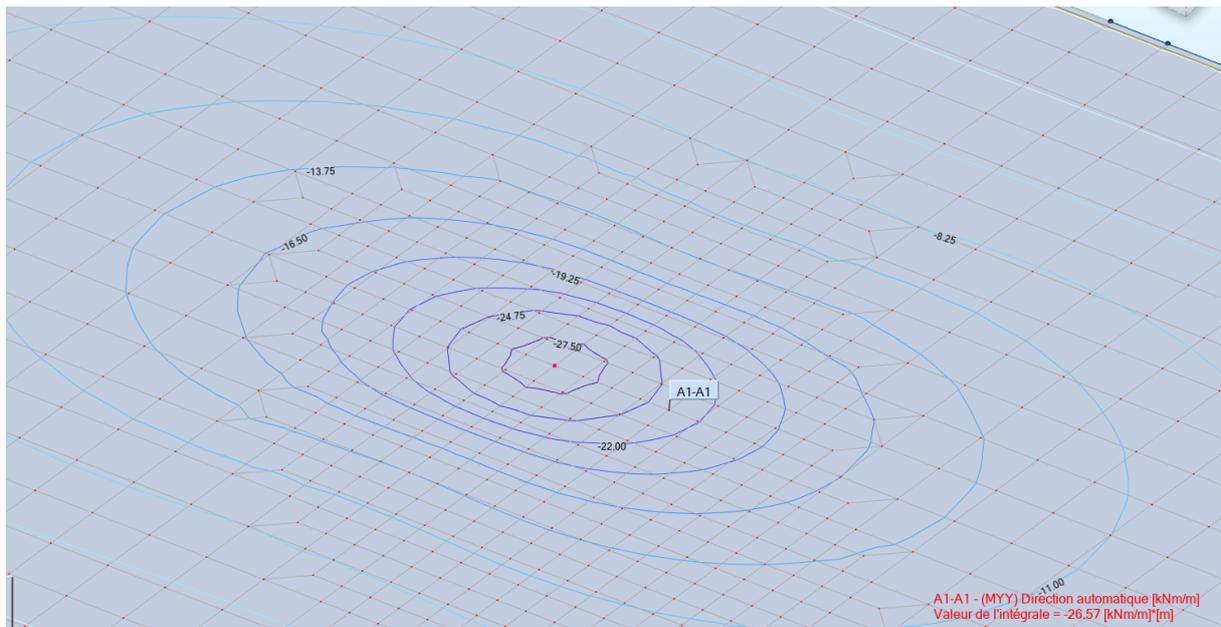
- Avec un raffinement du maillage : $M_y = 13.96 / 0.50 \text{ m} = 27.92 \approx 28.06 \text{ kN.m/m}$



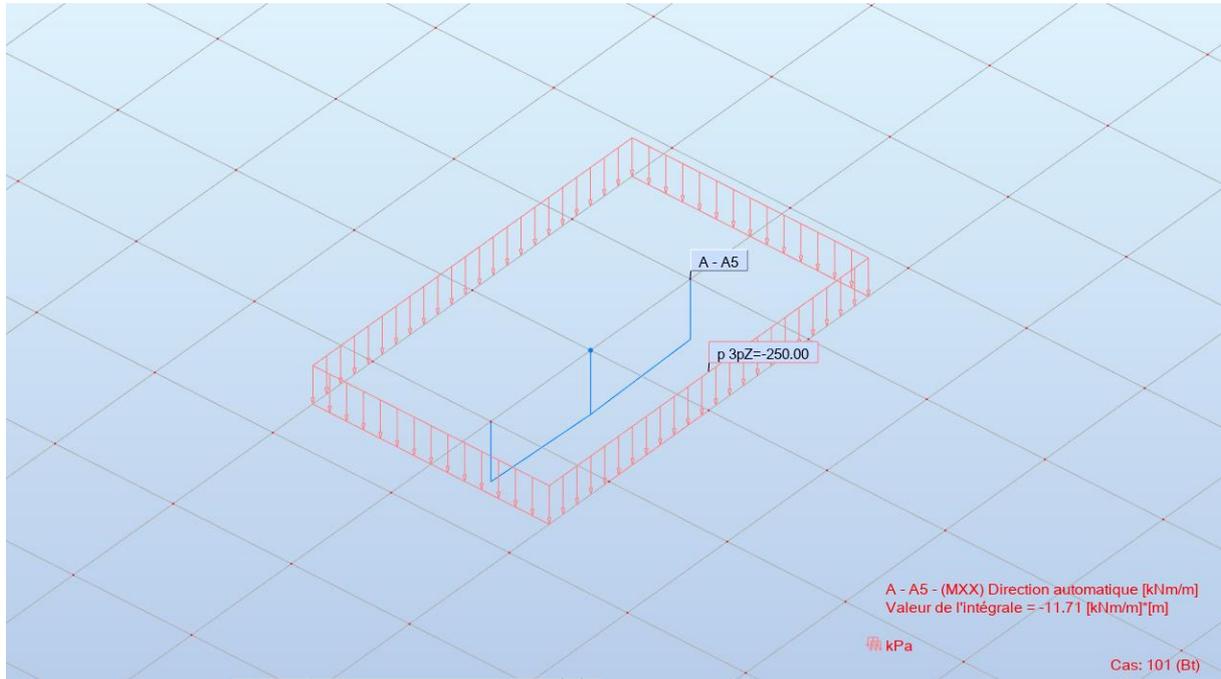
- Pour 1 m, $M_y=26.73 \text{ kN.m/m}$



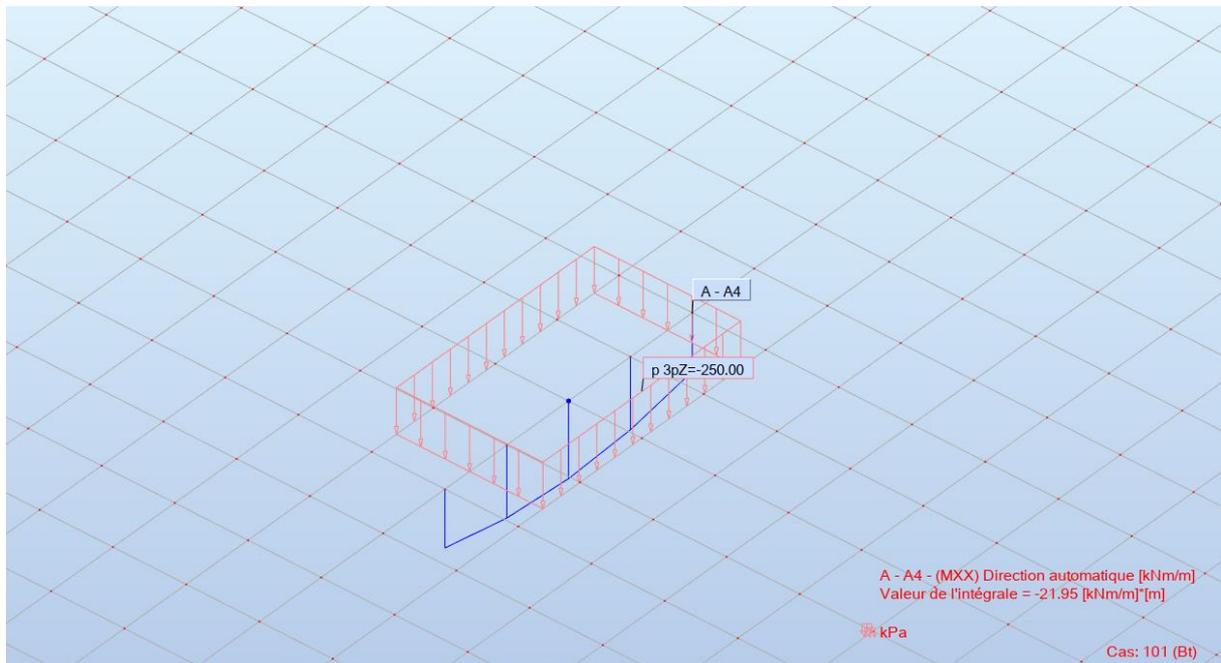
- Avec un raffinement du maillage : $M_y=26.57 \text{ kN.m/m} \approx 26.73 \text{ kN.m/m}$



- M_x , lissé sur 0.50 m = $11.71/0.50 = 23.42$ kN.m/m

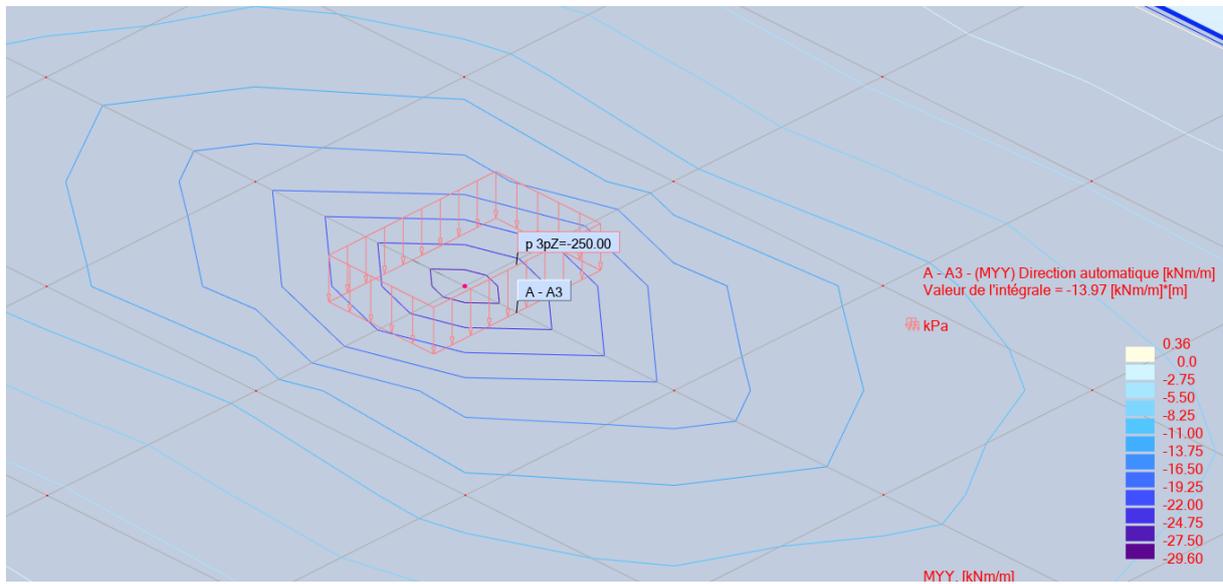


- M_x , lissé sur 1.00 m = 21.95 kN.m/m

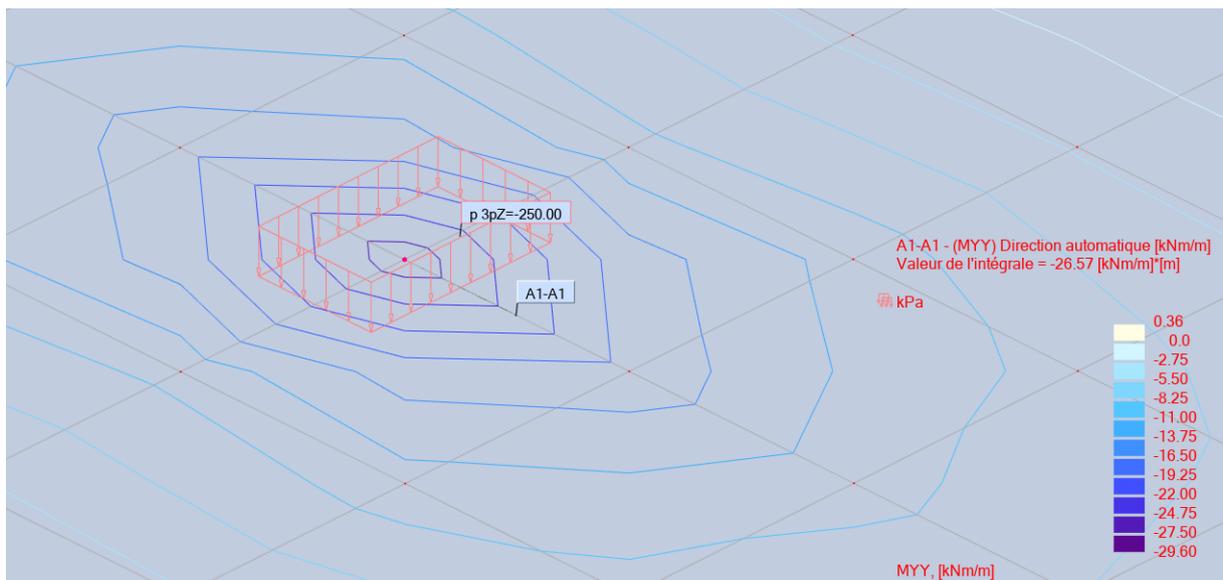


4.2 Utilisation d'un lissage automatisé – charge répartie – maille 100x100 cm²

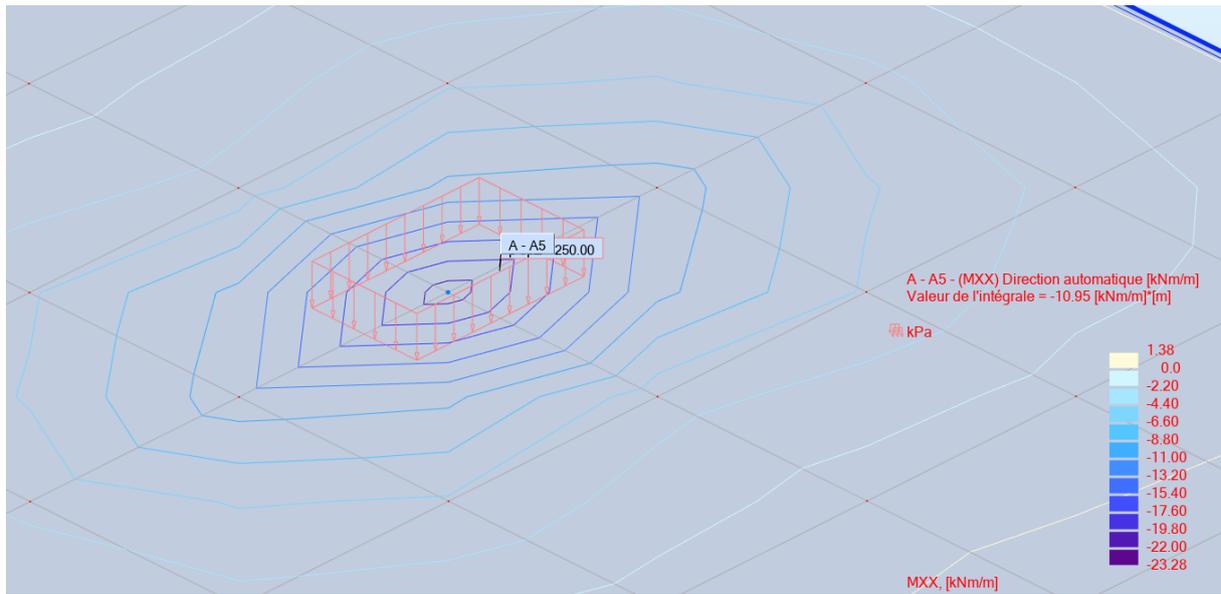
- $M_y=13.97/0.5=27.94 \text{ kN.m/m}$



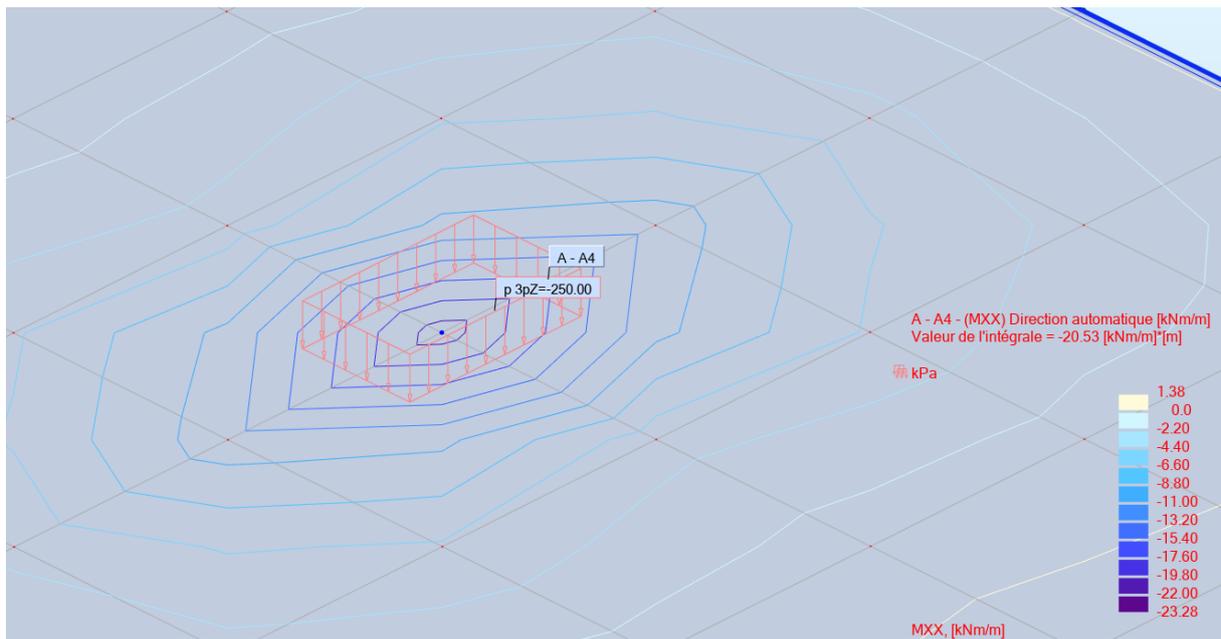
- $M_y=26.57 \text{ kN.m/m}$



- $M_x = 10.95 / 0.5 = 21.90 \text{ kN.m/m}$



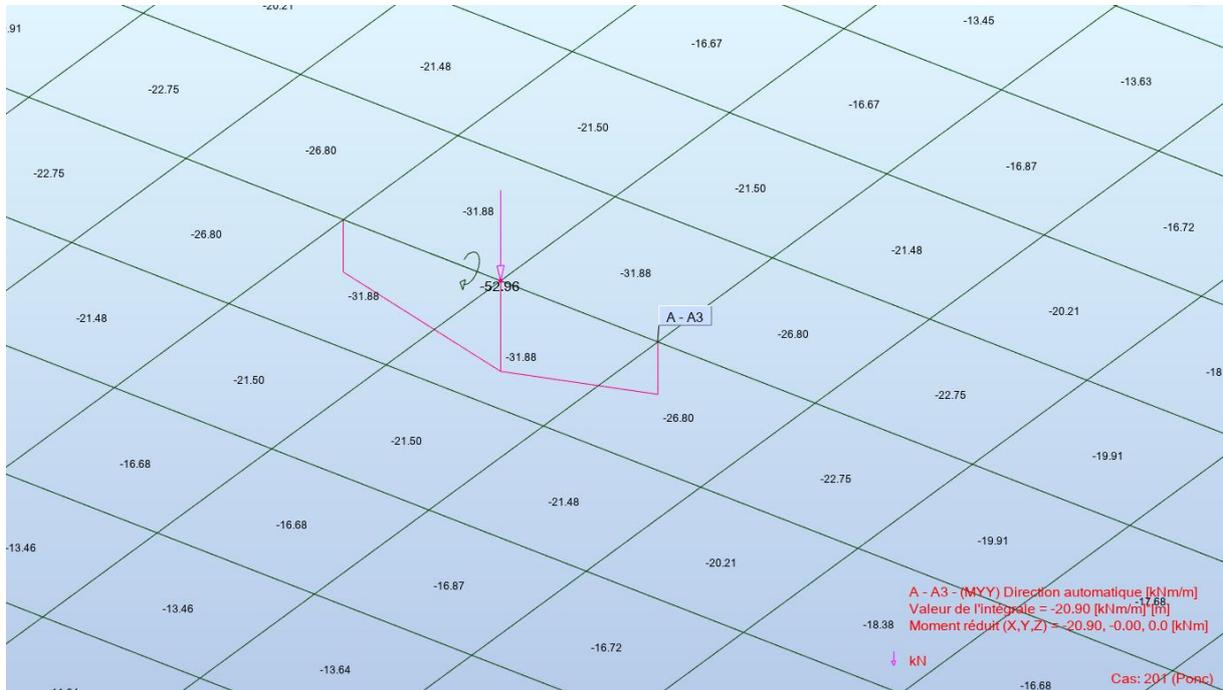
- $M_x = 20.53 \text{ kN.m/m}$



4.3 Lissage avec une force ponctuelle

Qu'on lisse sur 1.00 m ou 50 cm, la valeur lissée reste excessive.

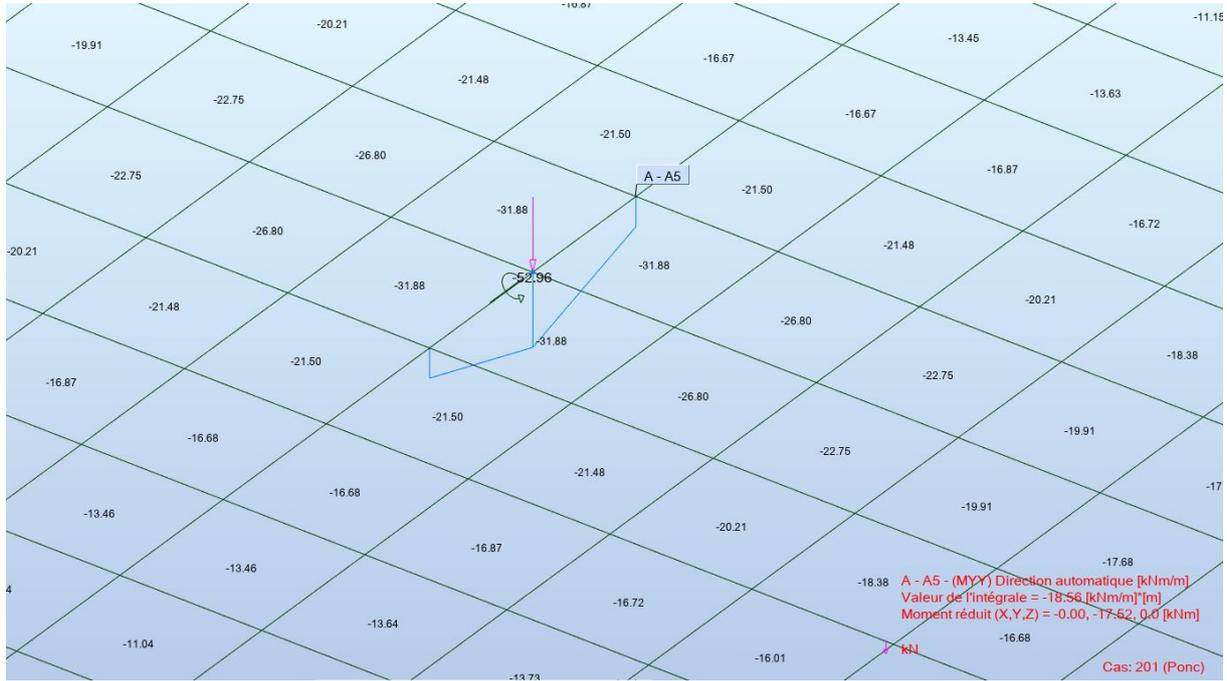
- $M_y = 20.9 / 0.50 \text{ m} = 41.80 \text{ kN.m/m}$



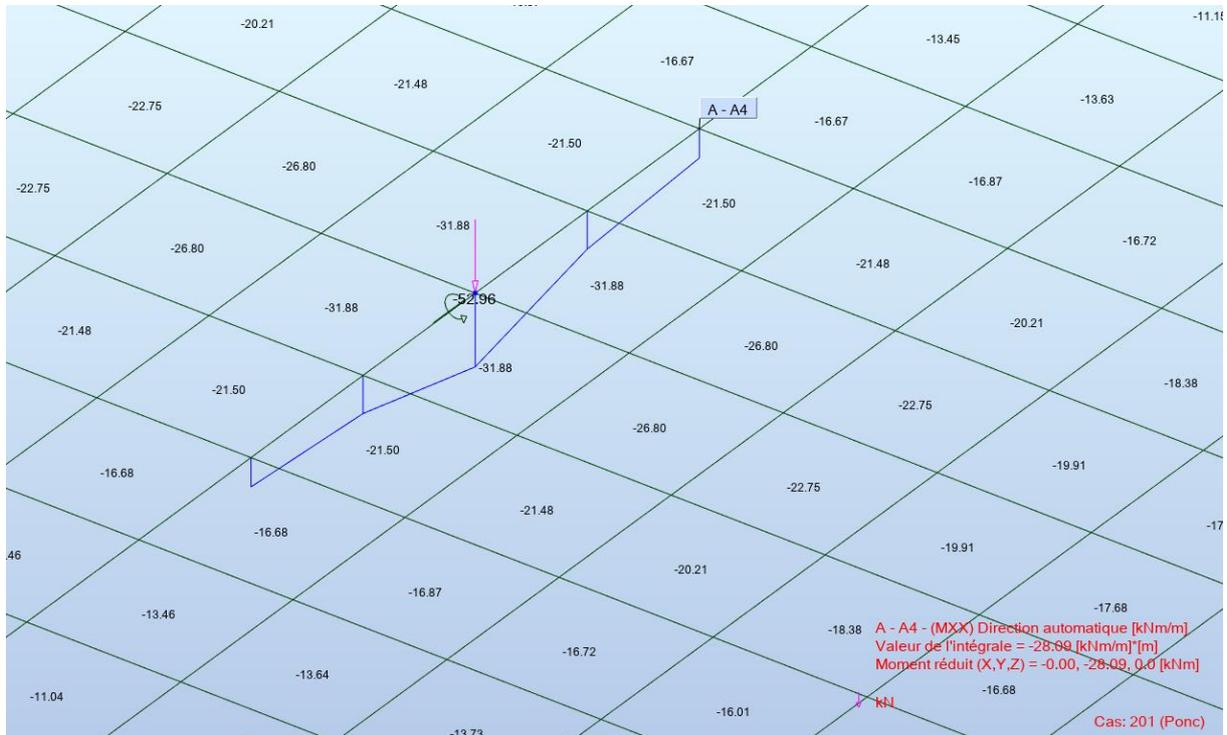
- $M_y = 34.85 \text{ kN.m/m}$, sur 1 m.



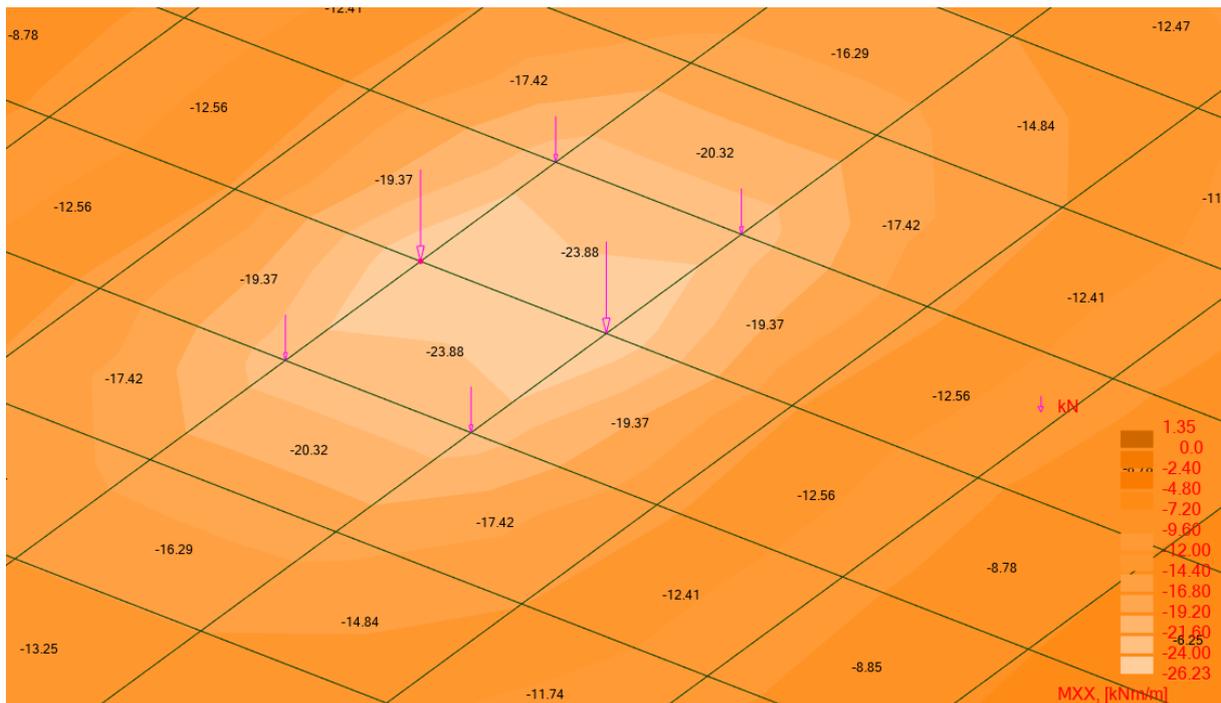
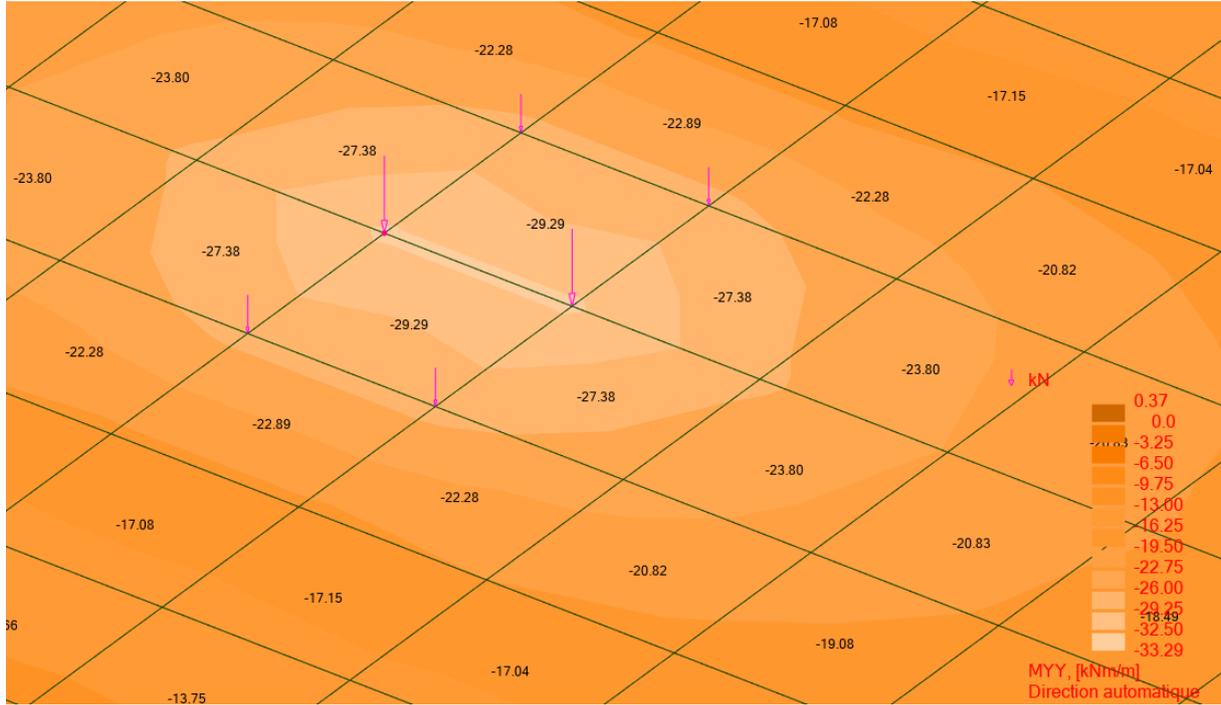
- $M_x = 18.56 / 0.5 = 37.12 \text{ kN.m/m}$



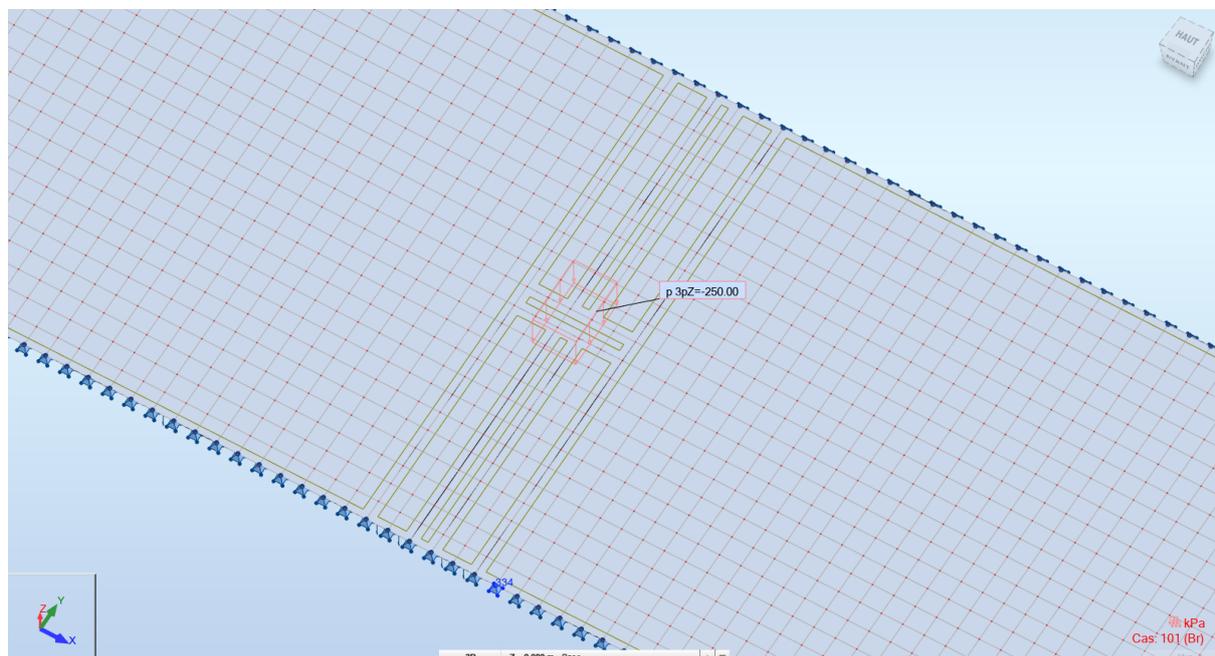
- $M_x = 28.09 \text{ kN.m/m}$



4.4 Pour mémoire : répartition de la charge sur plusieurs charges ponctuelles

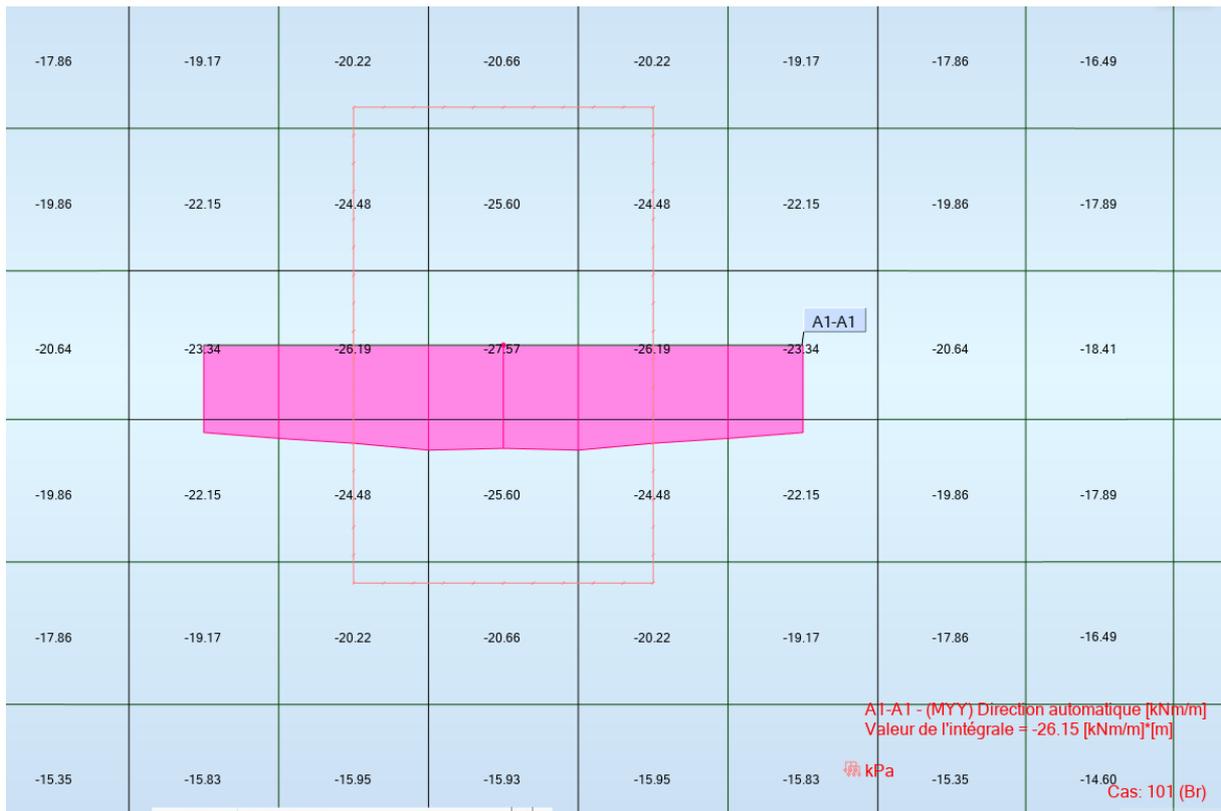
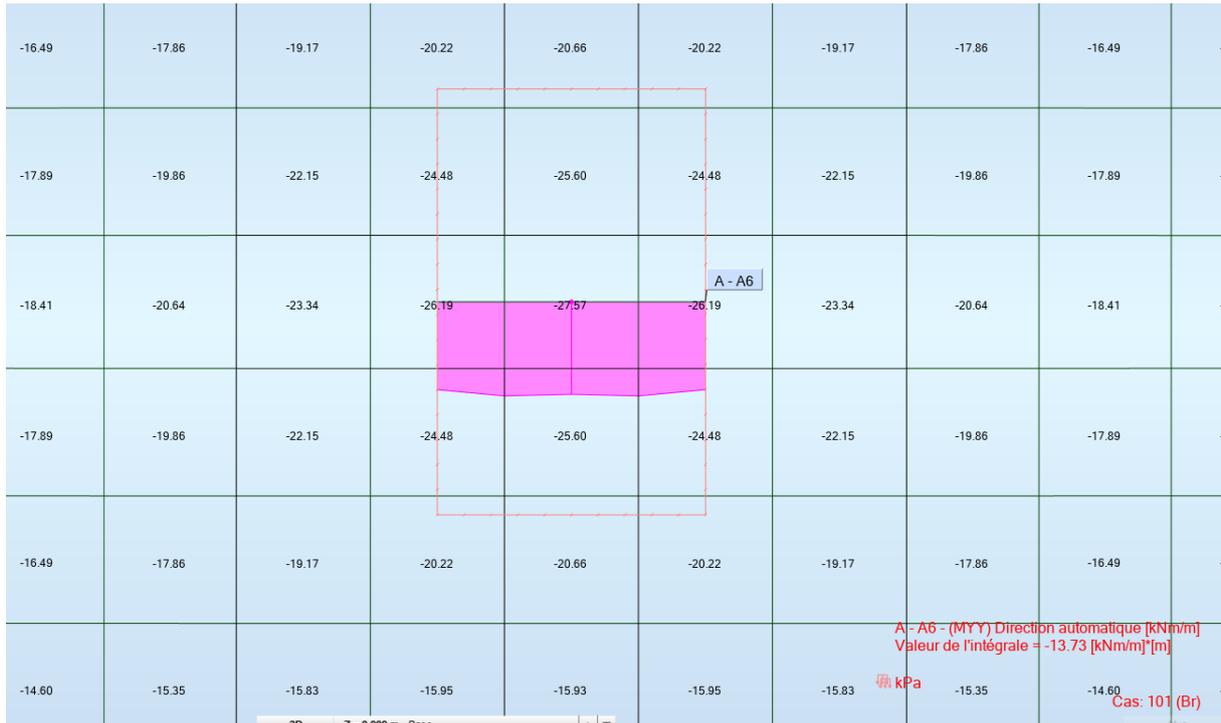


5 Annexe 3 – Modèle R2 - Maille centrée sous charge diffusée (Avec maille centrée sous l'impact i.e. le centre d'une maille se trouve sous le centre d'une charge)

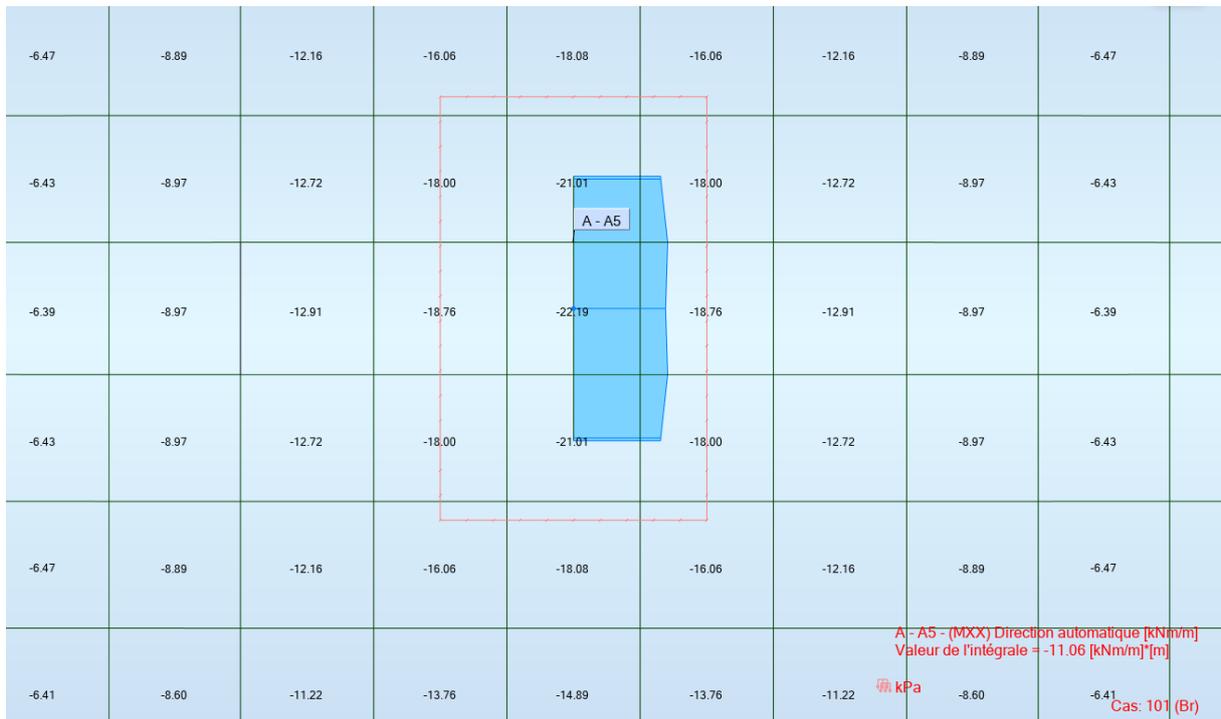
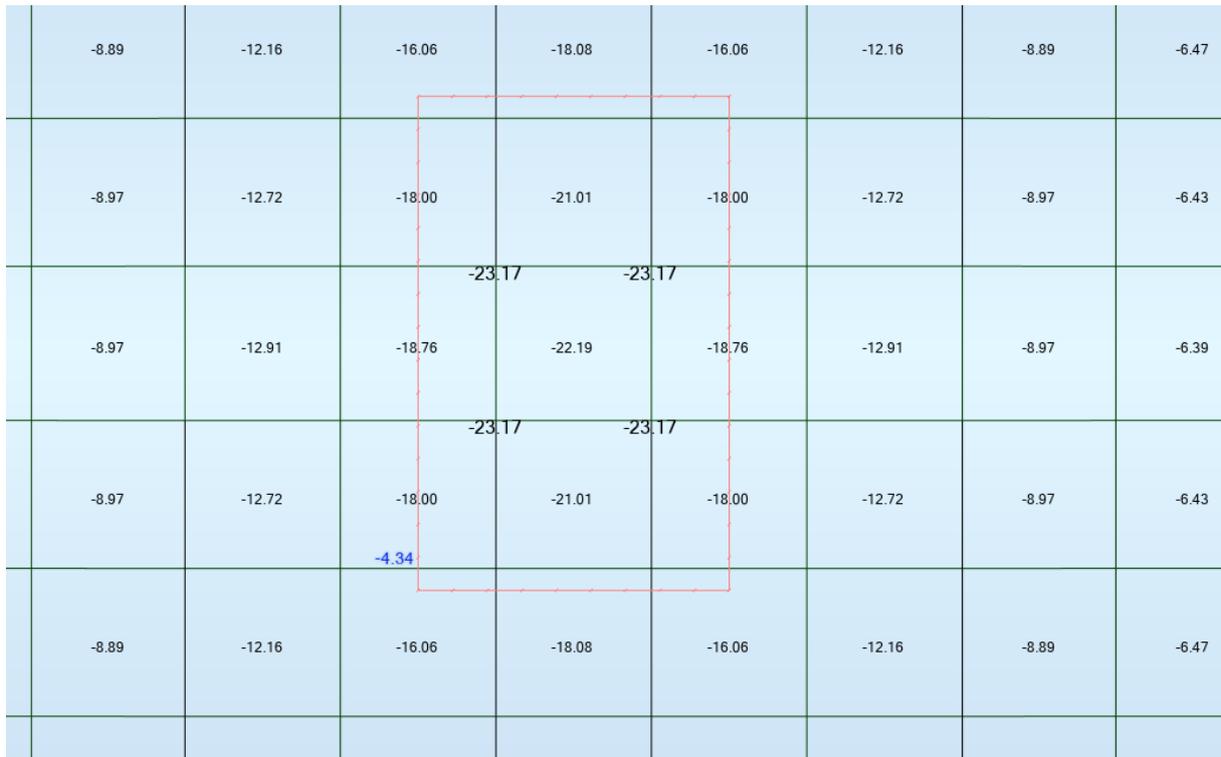


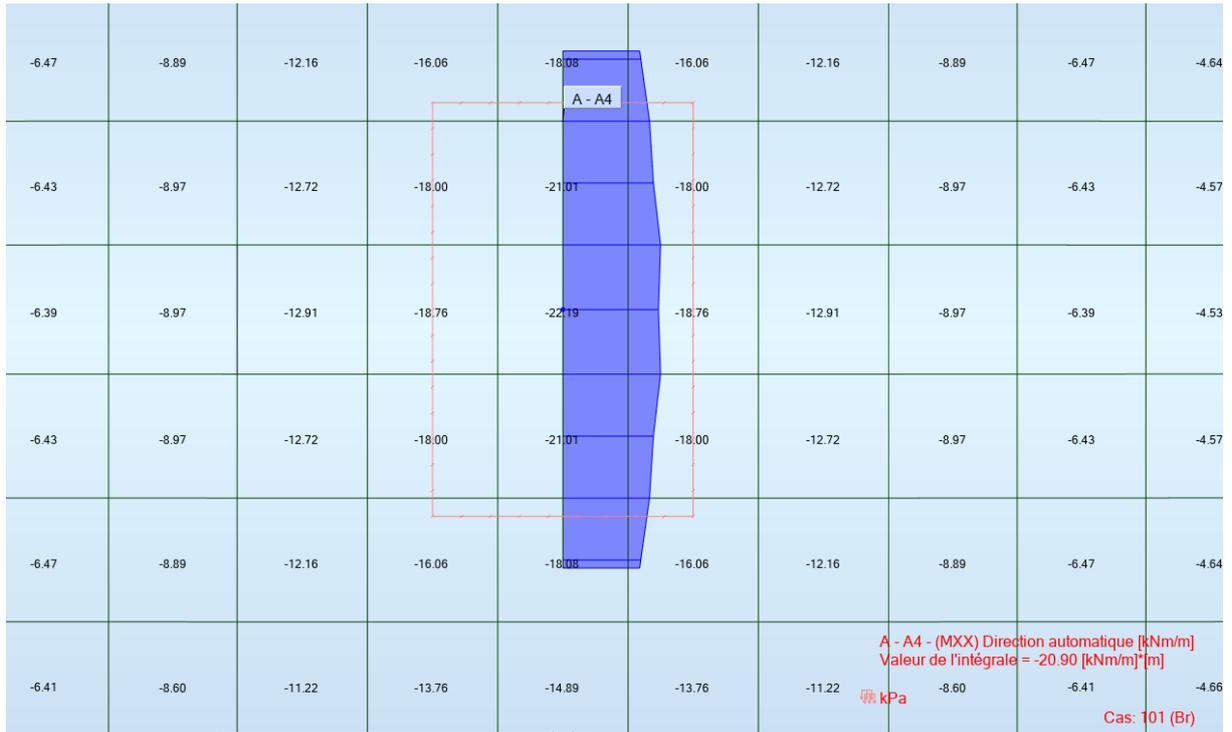
■ Moment M_y

-16.49	-17.86	-19.17	-20.22	-20.66	-20.22	-19.17	-17.86	-16.49
-17.89	-19.86	-22.15	-24.48	-25.60	-24.48	-22.15	-19.86	-17.89
-18.41	-20.64	-23.34	-26.19	-27.57	-26.19	-23.34	-20.64	-18.41
-17.89	-19.86	-22.15	-24.48	-25.60	-24.48	-22.15	-19.86	-17.89
-16.49	-17.86	-19.17	-20.22	-20.66	-20.22	-19.17	-17.86	-16.49



▪ Moment Mx





6 Annexe 4 – Données du calcul EF – modèles R1 et R2

Matériaux $\nu=0.15$

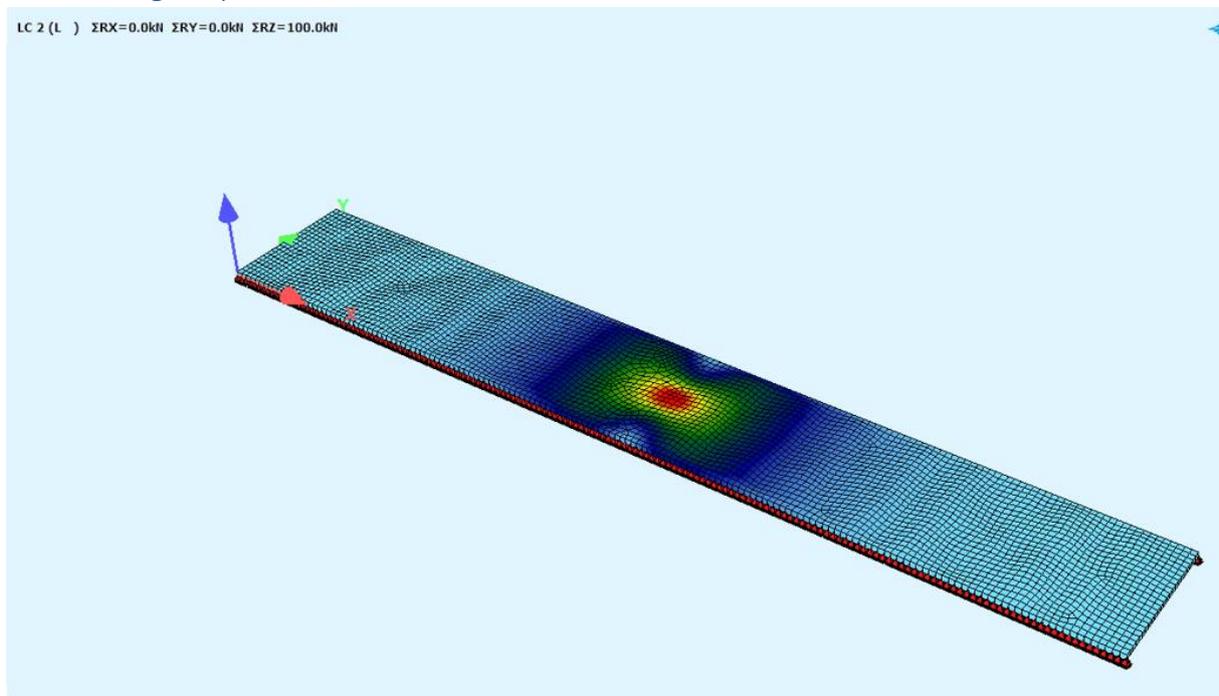
Panneau	Epaisseur	Matériau	Type de maillage	Type de ferrailage	NU
2	EP25	BETON35_0.15	Coons	Plancher BA	0.15
12	EP25	BETON35_0.15	Coons	Plancher BA	0.15
13	EP25	BETON35_0.15	Coons	Plancher BA	0.15

Somme des réactions :

Noeud/Cas	FX [kN]	FY [kN]	FZ [kN]	MX [kNm]	MY [kNm]	MZ [kNm]
Cas 101	Br					
Somme totale	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Somme réactions	0.0	0.0	100.00	550.00	-1000.00	0.0
Somme efforts	0.0	0.0	-100.00	-550.00	1000.00	0.0
Vérification	0.0	0.0	-0.00	-0.00	0.00	0.0
Précision	6.43486e-13	4.51850e-24				
Cas 102	Br_decalé					
Somme totale	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Somme réactions	0.0	0.0	100.00	550.00	-1012.50	0.0
Somme efforts	0.0	0.0	-100.00	-550.00	1012.50	0.0
Vérification	0.0	0.0	-0.00	-0.00	0.00	0.0
Précision	7.68058e-13	4.56828e-24				
Cas 201	Ponc					
Somme totale	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Somme réactions	0.0	0.0	100.00	550.00	-1000.00	0.0
Somme efforts	0.0	0.0	-100.00	-550.00	1000.00	0.0
Vérification	0.0	0.0	-0.00	-0.00	0.00	0.0
Précision	1.03246e-13	4.60995e-24				
Cas 202	Ponc_6forces					
Somme totale	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Somme réactions	0.0	0.0	100.00	550.00	-1012.50	0.0
Somme efforts	0.0	0.0	-100.00	-550.00	1012.50	0.0
Vérification	0.0	0.0	-0.00	-0.00	0.00	0.0
Précision	4.12474e-13	4.63262e-24				

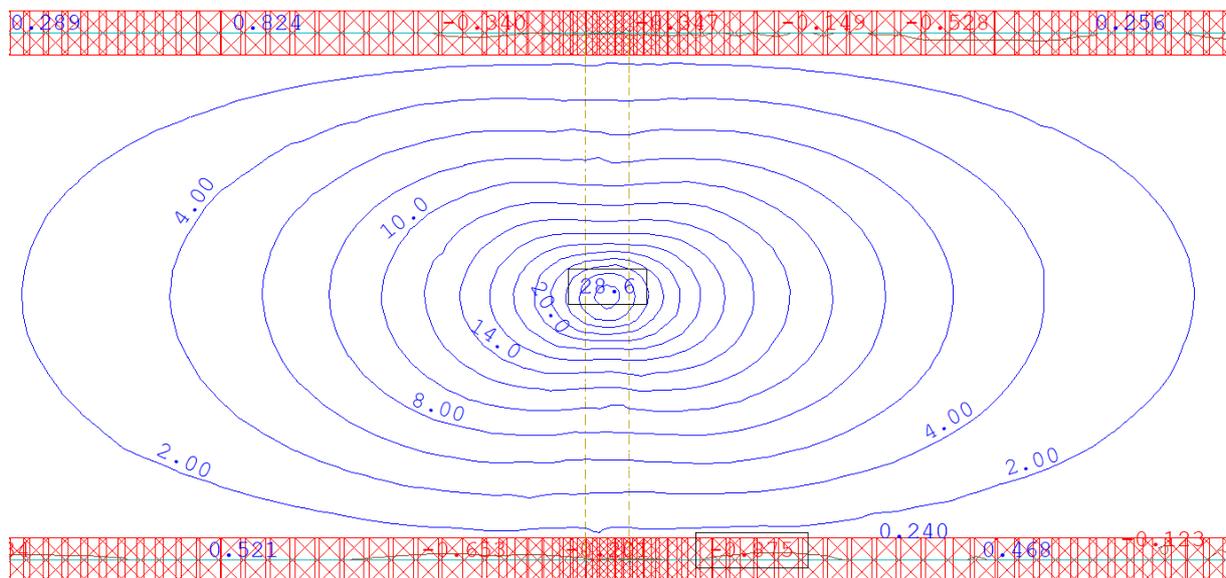
7 Annexe 5 – Modèle Sofistik

7.1 Charge répartie – maille $\approx 25 \times 25 \text{ cm}^2$



(Courbe générée à partir des valeurs nodales - méthode recommandée par l'éditeur).

- $M_y=28.6 \text{ kN.m/m}$

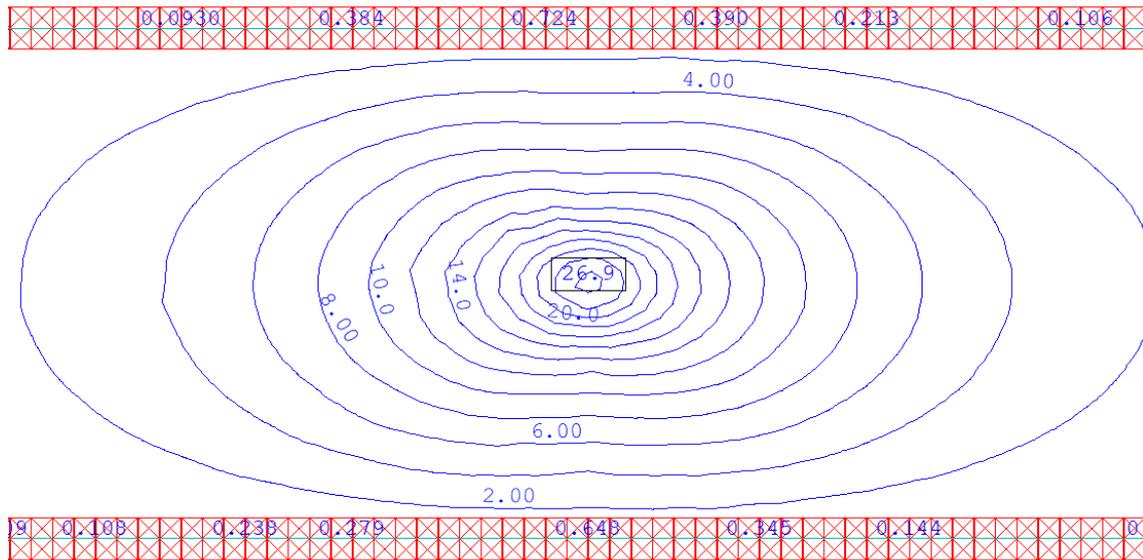


Représenté sur une grille avec une maille de 25x25 cm :

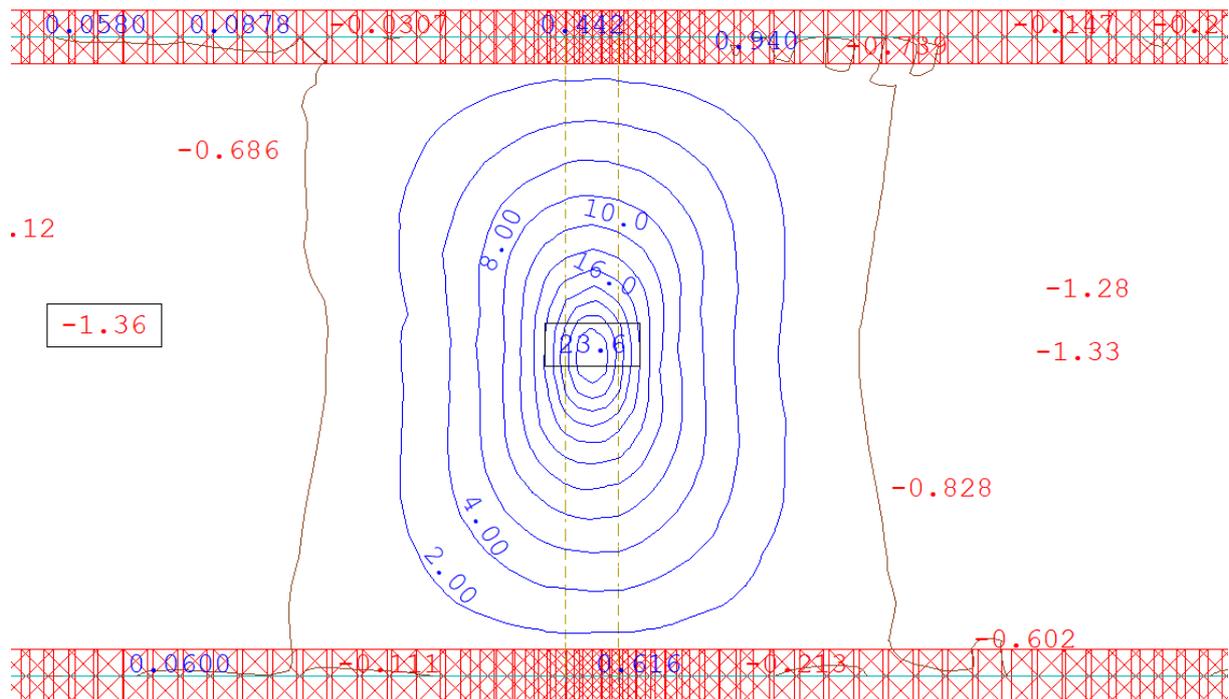
13.0	13.9	14.2	15.5	14.9	14.9	13.9	13.9
13.2	14.6	15.5	17.2	16.9	15.7	14.9	14.9
14.8	16.3	19.2	19.2	18.6	18.6	15.9	15.9
15.9	18.1	20.0	21.7	20.1	20.1	18.2	18.2
17.2	20.1	21.9	23.4	23.4	21.5	19.6	19.6
14.9	20.1	25.3	27.0	27.0	25.0	19.6	19.6
16.5	20.1	26.3	28.6	28.6	26.7	21.9	21.9
16.3	21.0	26.4	28.6	28.6	26.7	21.6	21.6
17.3	20.7	25.8	26.8	26.8	24.9	18.7	18.7
16.1	18.8	22.1	24.3	23.9	22.8	18.7	18.7
14.9	18.8	20.2	21.2	21.3	19.7	17.8	17.8
14.9	16.8	18.2	19.4	18.1	18.6	17.0	17.0
14.0	15.2	16.4	16.4	16.4	16.8	15.3	15.3

Le lissage sur 1 m conduirait à $(28.6+27.0)/2=27.8$ kN.m/m.

Le même calcul avec des éléments **triangulaires** : $M_y=26.9 \text{ kN.m/m}$



- $M_x=23.6 \text{ kN.m/m}$

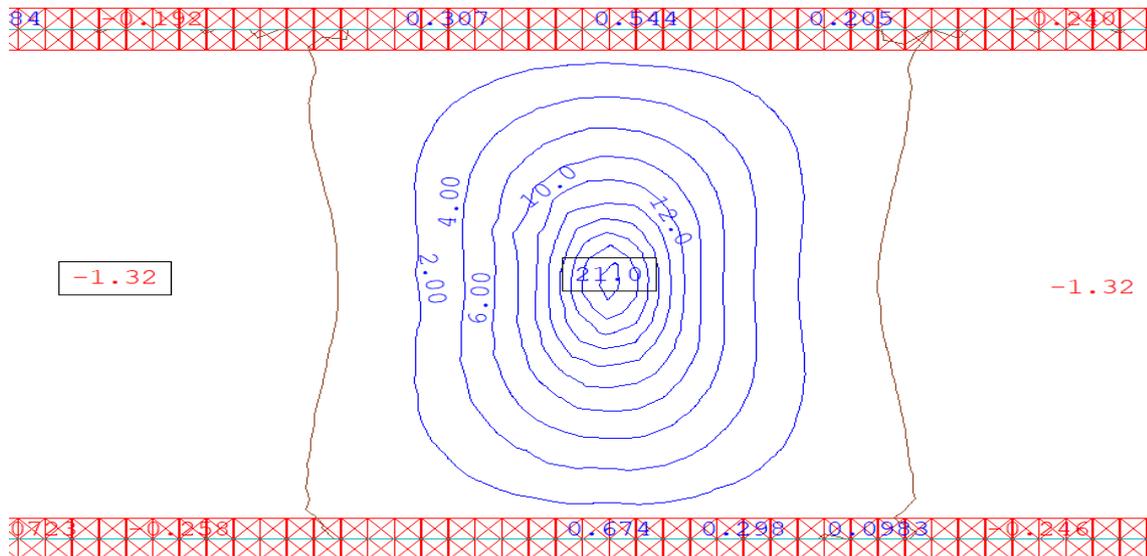


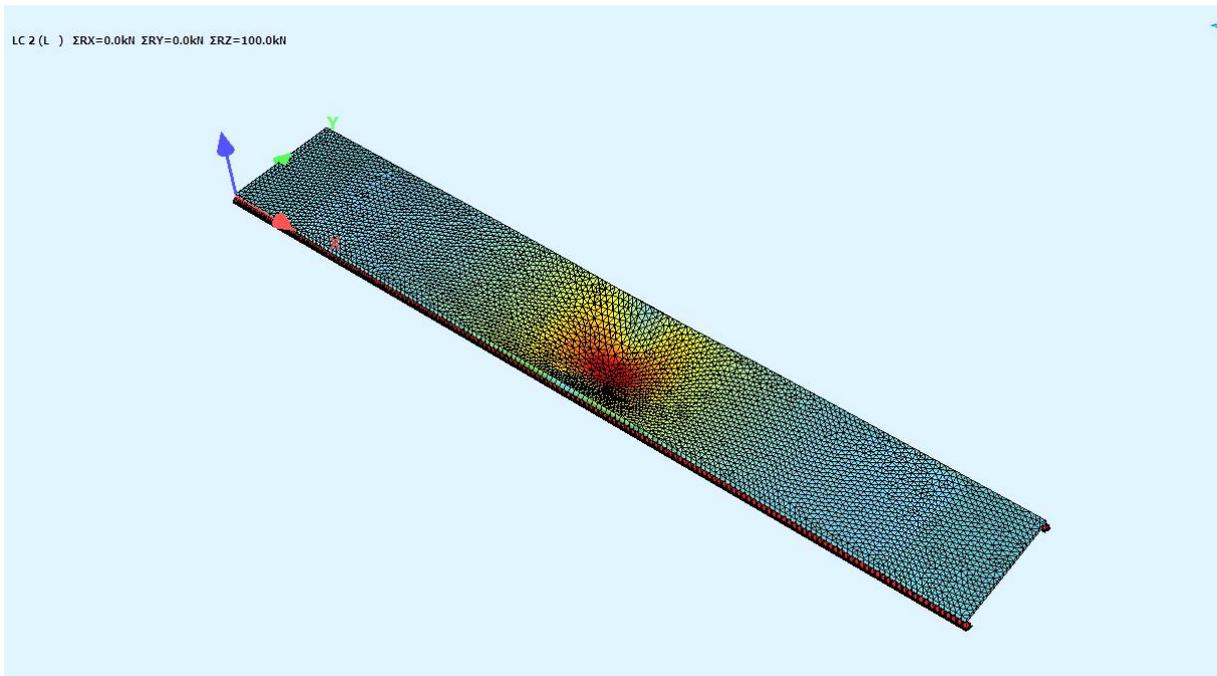
Valeurs affichées dans des mailles de 25x25 cm²

.61	4.60	6.00	8.06	11.2	13.9	14.5	14.5	13.1	11.8	9.82	6.90	4.99	3.24	2.21	1.
.42	4.63	6.37	9.05	12.5	15.7	19.4	19.2	16.8	13.1	9.82	7.43	4.99	3.24	2.21	1.
.29	4.63	6.96	9.92	12.4	18.3	22.0	22.0	18.6	14.2	8.85	6.83	5.10	3.63	2.04	1.
.11	4.80	6.96	8.78	12.6	19.3	23.6	23.6	19.2	13.3	9.79	5.95	4.33	3.63	2.45	1.
.50	5.41	7.33	9.99	12.4	19.3	23.6	23.6	19.2	14.2	9.03	7.11	4.75	3.32	2.30	1.
.87	4.12	7.33	9.35	11.9	18.6	21.9	21.9	18.8	12.4	8.63	6.55	4.75	3.32	2.30	1.
.01	4.24	5.60	9.22	11.9	16.3	17.3	17.5	16.7	12.4	10.5	6.93	5.28	3.73	2.13	1.
.07	4.31	5.68	9.01	11.4	13.3	15.5	15.5	13.5	11.2	8.12	6.27	5.28	3.73	2.91	1.

Le lissage sur 1 m conduirait à $(23.6+21.9)/2=22.8$ kN.m/m

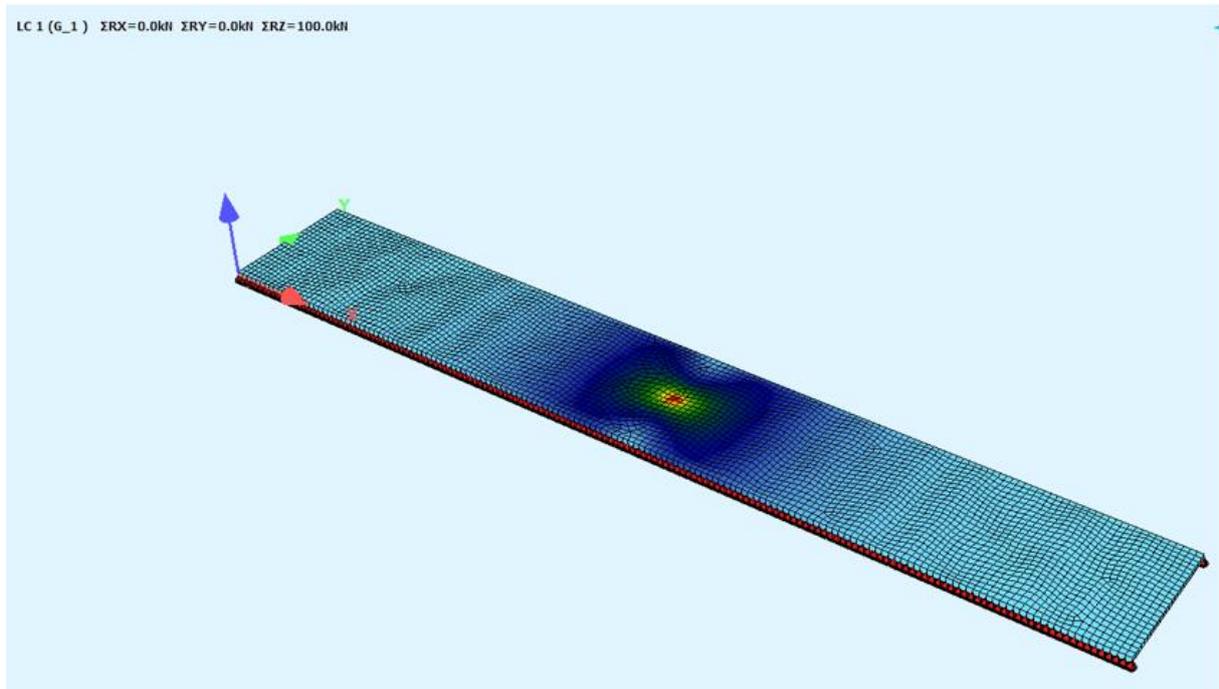
Même calcul avec des éléments triangulaires : $M_x=21$ kN.m/m.



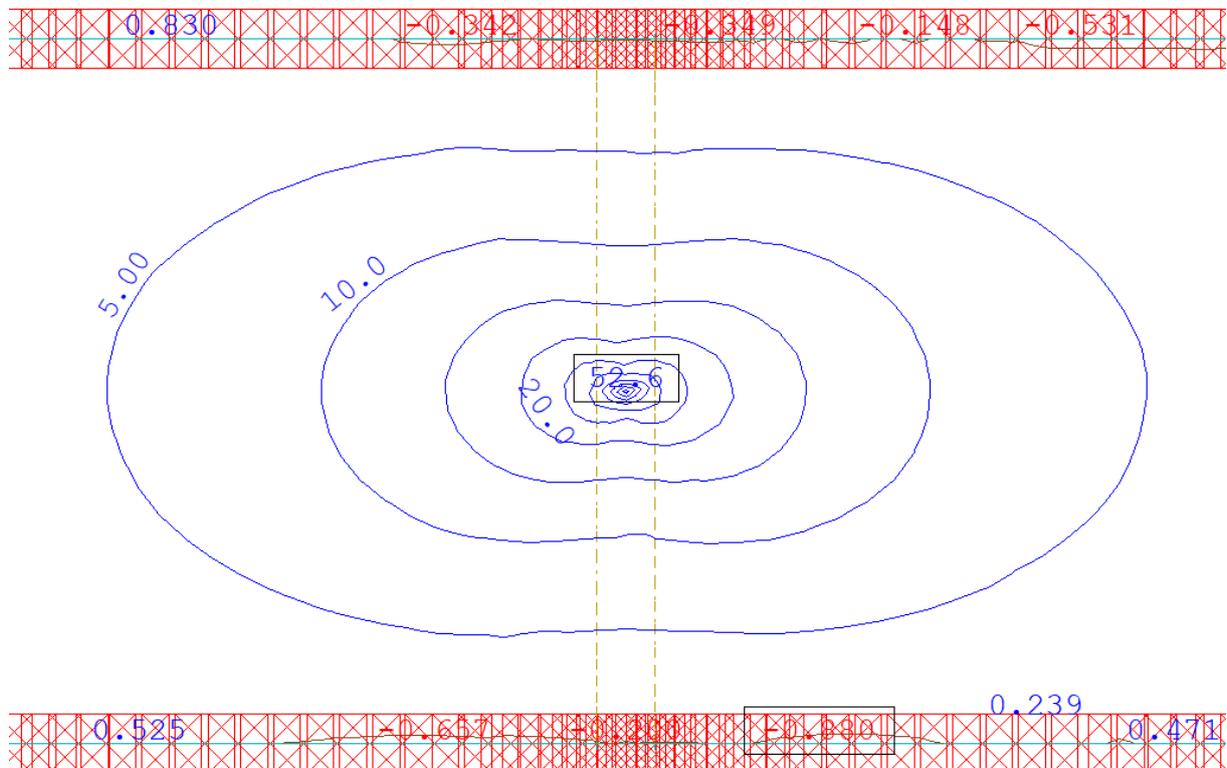


Vue du modèle avec mailles triangulaires.

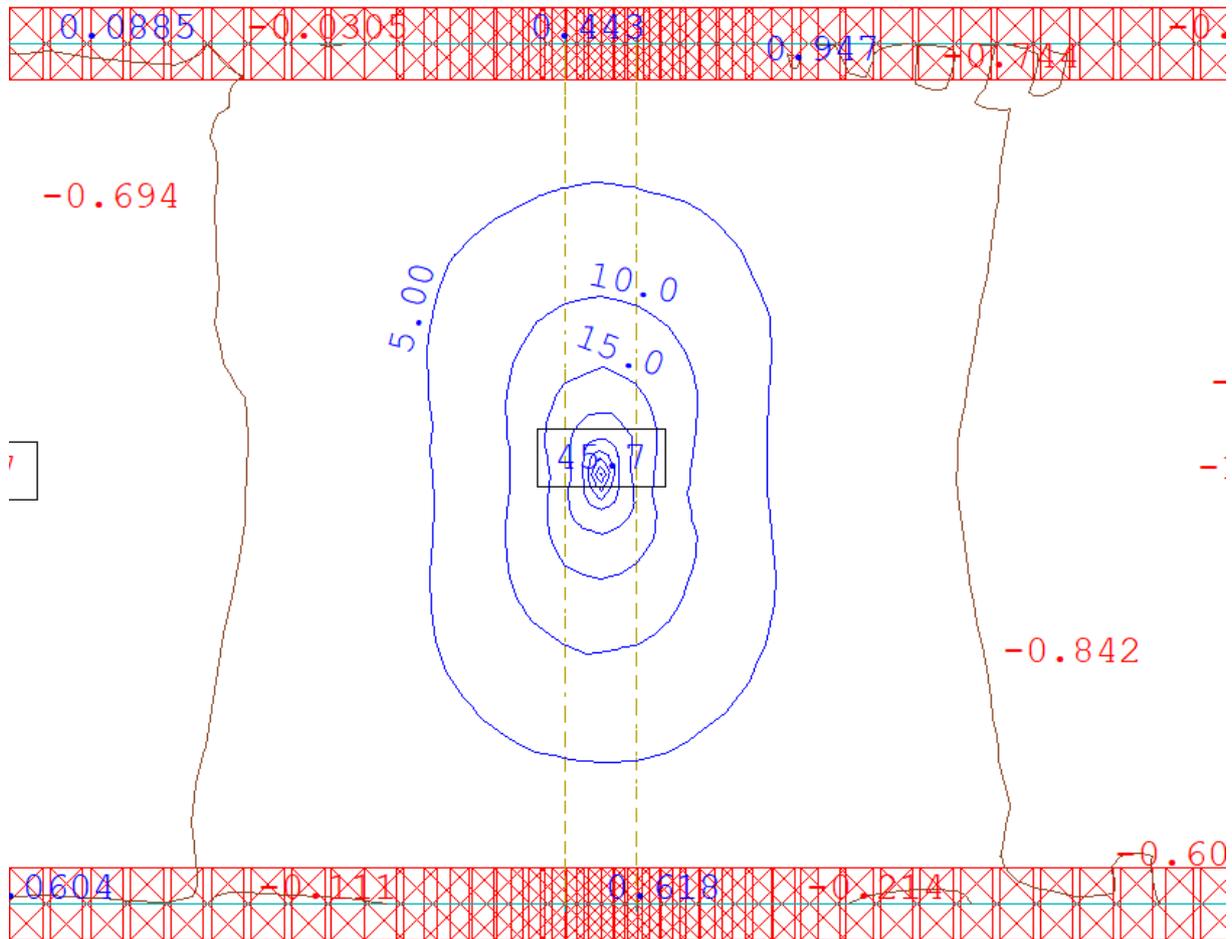
7.2 Effort ponctuel – maille $\approx 25 \times 25 \text{ cm}^2$



- $M_y = 52.6 \text{ kN.m/m}$

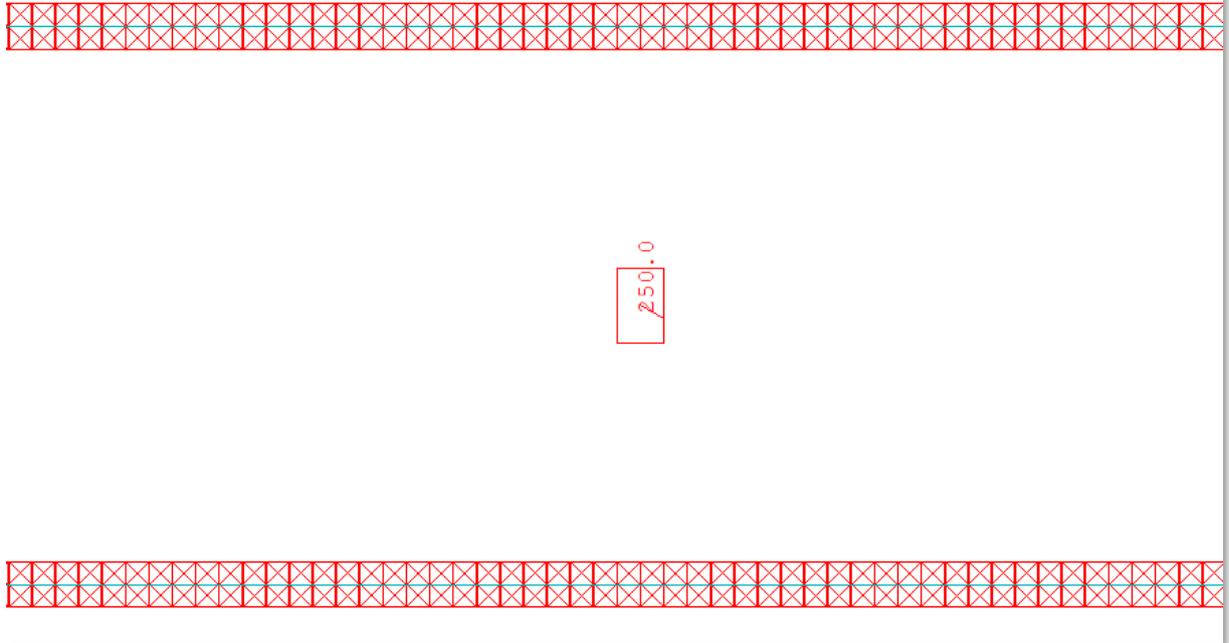


- $M_x=45.7 \text{ kN.m/m}$



Données :

- Chargement (impact roue) :



Rectangle d'impact 80x50 avec charge de 250 Kpa

- Matériaux (coefficient de Poisson du béton)

Poisson ratio: μ

8 Annexe 6 – Logiciel Pythagore

Données de matériaux et charges :

- Coefficient de poisson de la dalle :

SU 1 CF 1 PL EP 0.25 MO 30e6 NU 0.15 DE 2.5

- Charge répartie :

** CAS FIC 100

LI SU XX -0.25,0.25,0.25,-0.25 YY -0.40,-0.40,0.40,0.40 FY -250

- Charge ponctuelle :

** CAS FIC 101

NO 112080 FY -100

Nota sur le lissage réalisé par le logiciel :

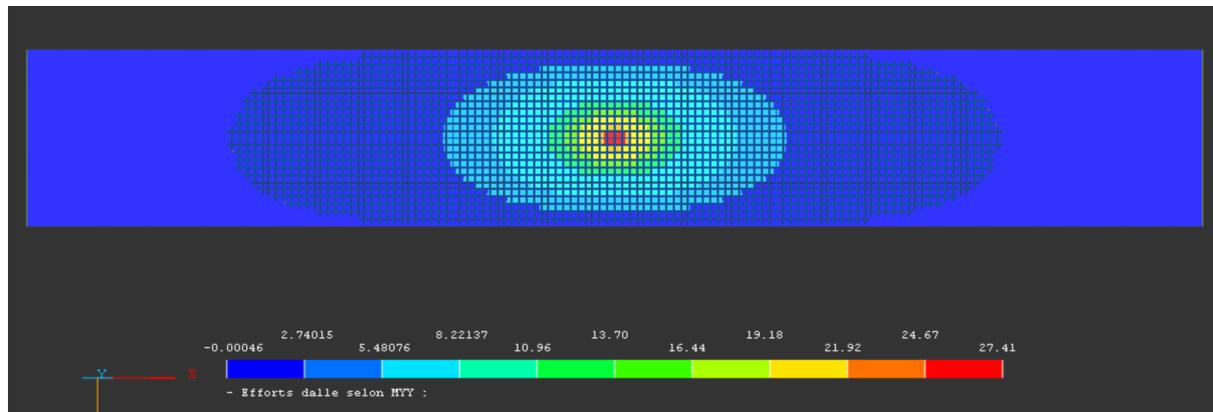
Le lissage aux nœuds réalisé par le logiciel Pythagore consiste en une moyenne, à un nœud donné, des résultats obtenus en ce nœud dans les quatre éléments finis ayant ce nœud en commun.

Il en résulte que, pour le nœud situé exactement au milieu de la plaque (et du chargement), ces quatre valeurs sont identiques par symétrie, donc les valeurs maximales lissée et non lissée coïncident, comme le montrent les cartographies ci-après.

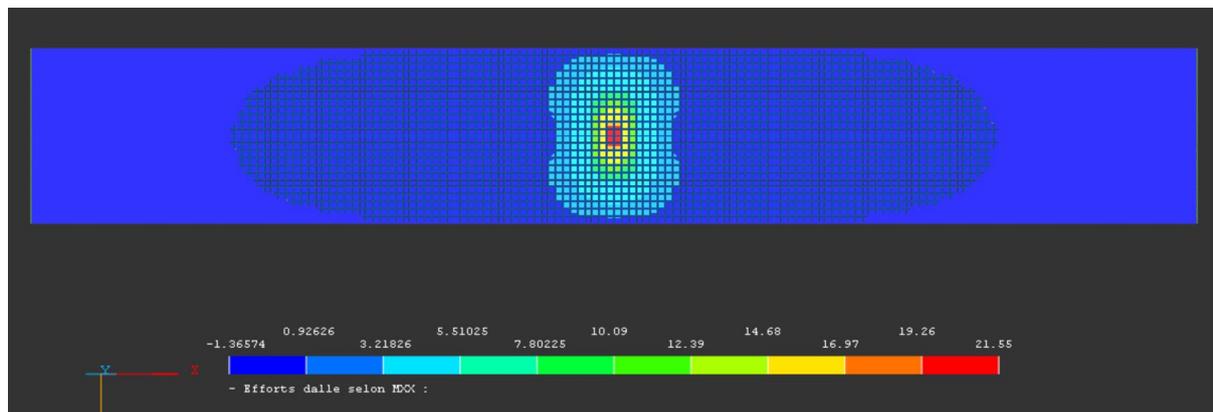
8.1 Charge répartie – maille = 25 x 25 cm²

8.1.1 Sans lissage

$M_y = 27.41$ kN.m/m

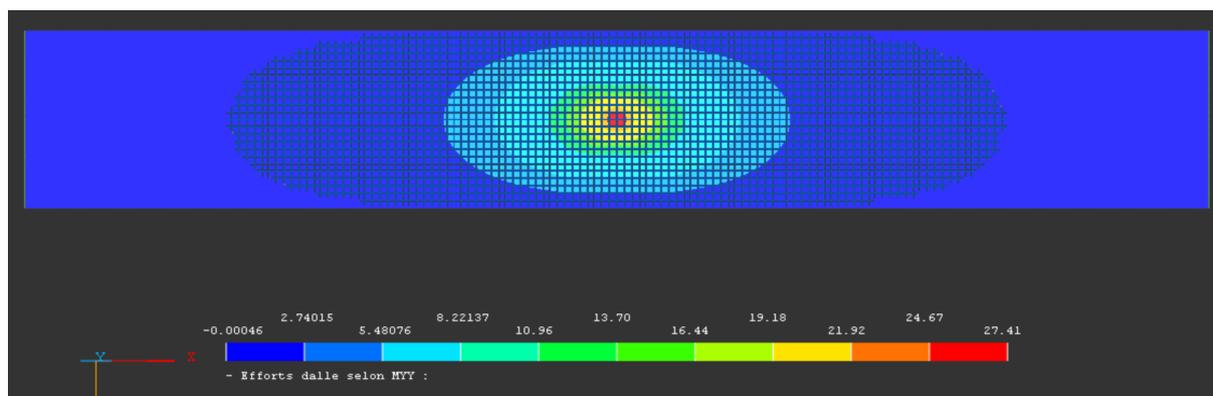


$M_x = 21.55$ kN.m/m

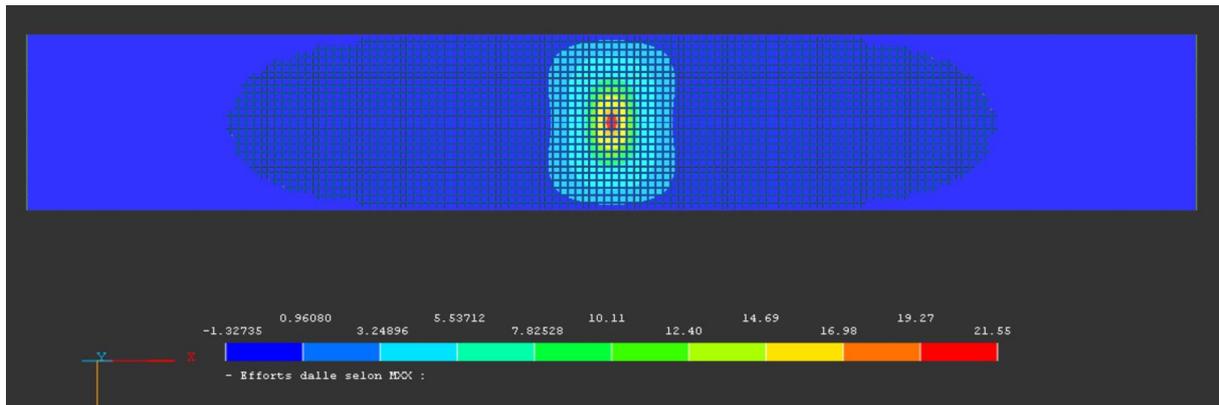


8.1.2 Avec lissage aux nœuds

$M_y = 27.41$ kN.m /m (pas de changement de la valeur de pic)



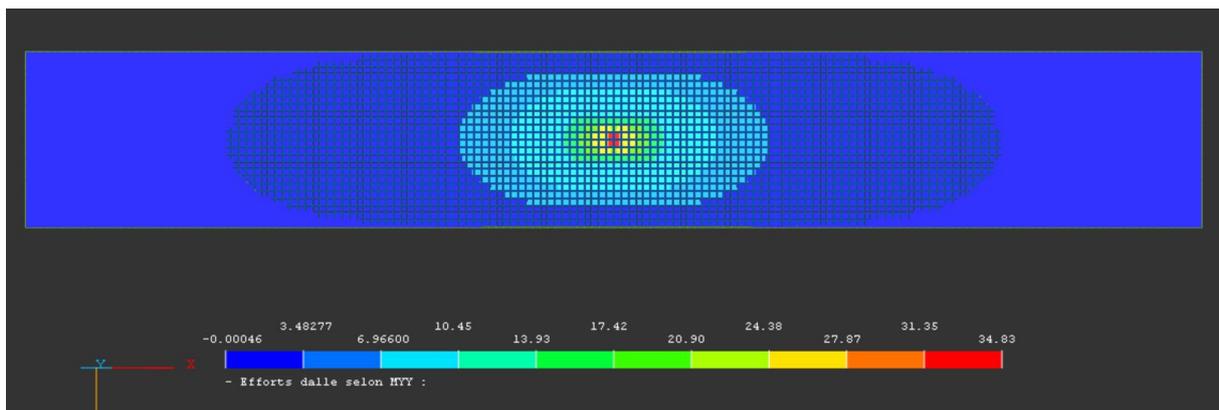
$M_x = 21.55 \text{ kN.m/m}$ (pas de changement de la valeur de pic vu la symétrie du chargement)



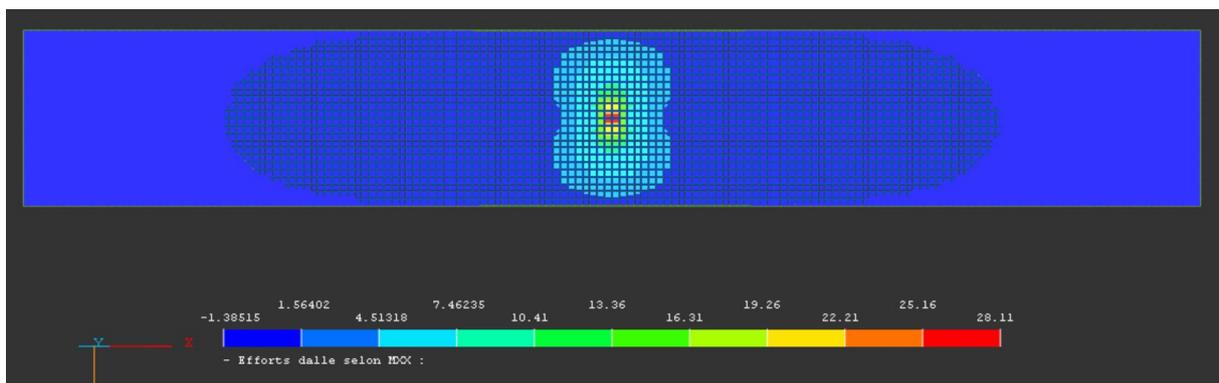
8.2 Charge concentrée – maille = 25 x 25 cm²

8.2.1 Sans lissage

$M_y = 34.83 \text{ kN.m/m}$



$M_x = 28.11 \text{ kN.m/m}$



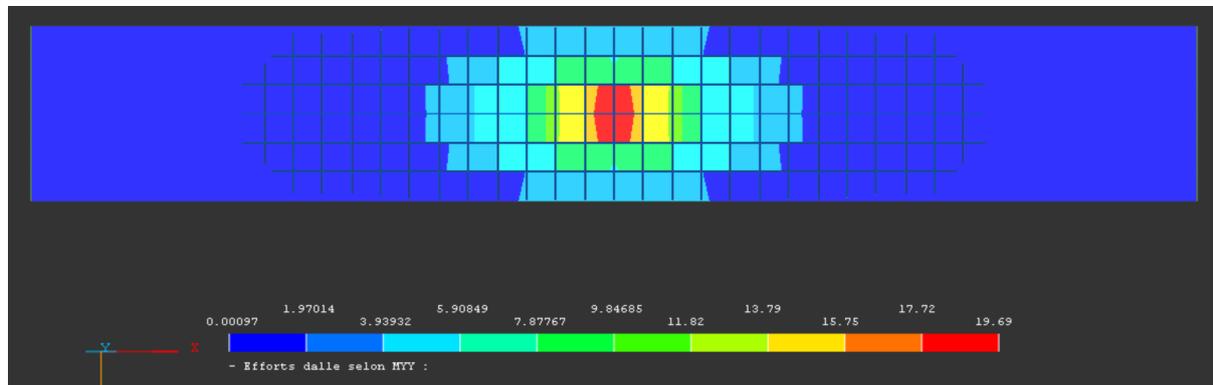
8.2.2 Avec lissage

Même pics que sans lissage.

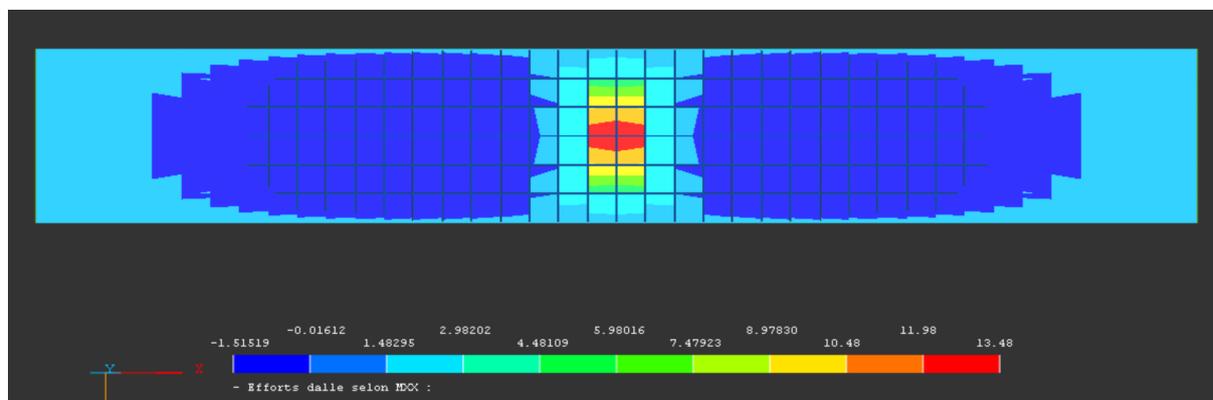
8.3 Charge répartie – maille = 100 x 100 cm²

8.3.1 Sans lissage

$M_y = 19.69 \text{ kN.m/m}$

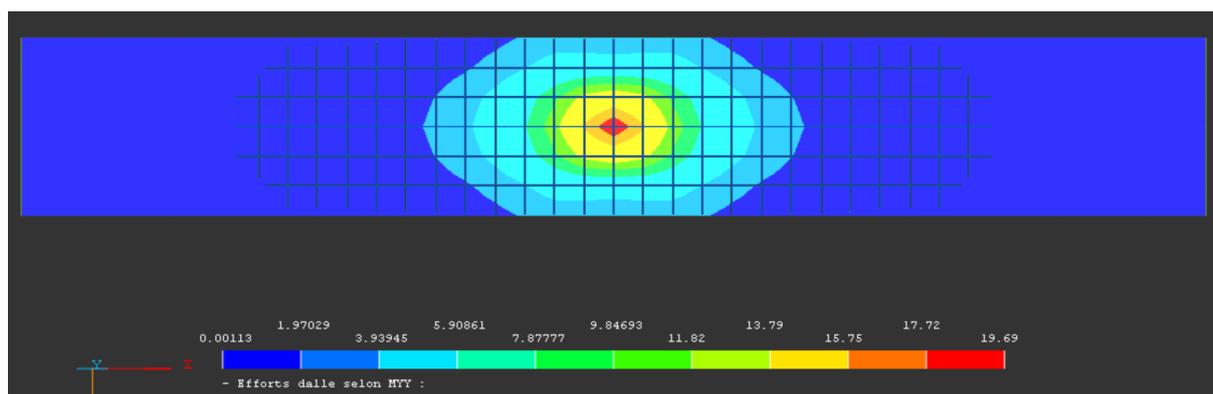


$M_x = 13.48 \text{ kN.m/m}$

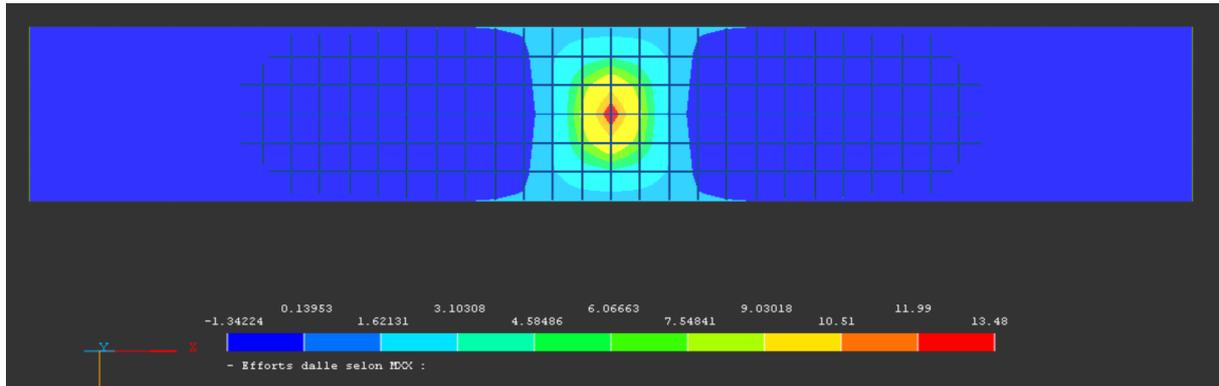


8.3.2 Avec lissage

$M_y = 19.69 \text{ kN.m/m}$ (pas de changement de la valeur de pic vu la symétrie du chargement)



$M_x = 13.48 \text{ kN.m/m}$ (pas de changement de la valeur de pic)



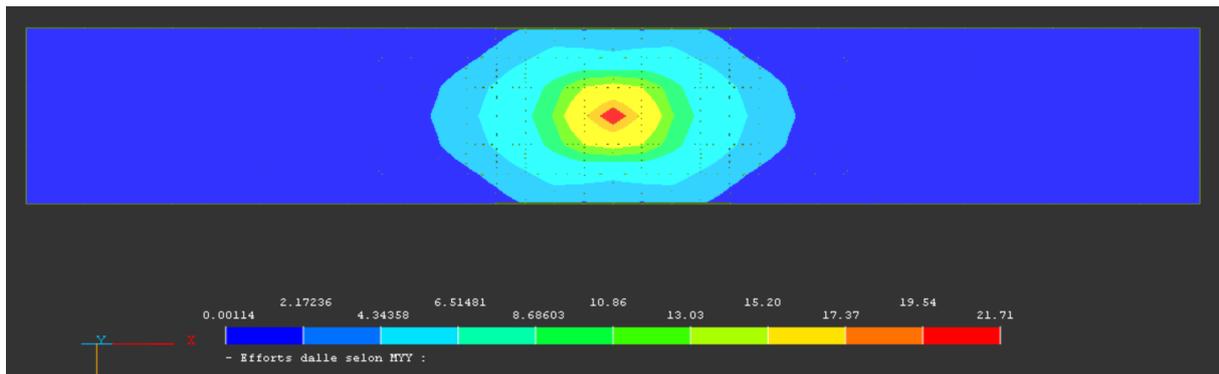
8.4 Charge concentrée – maille = 100 x 100 cm²

8.4.1 Sans lissage

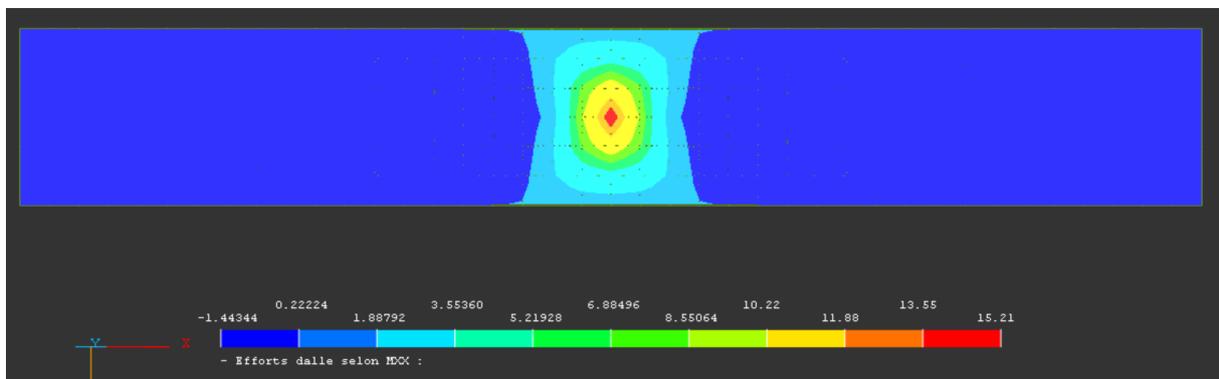
Mêmes pics qu'avec lissage (cf. ci-après).

8.4.2 Avec lissage aux noeuds

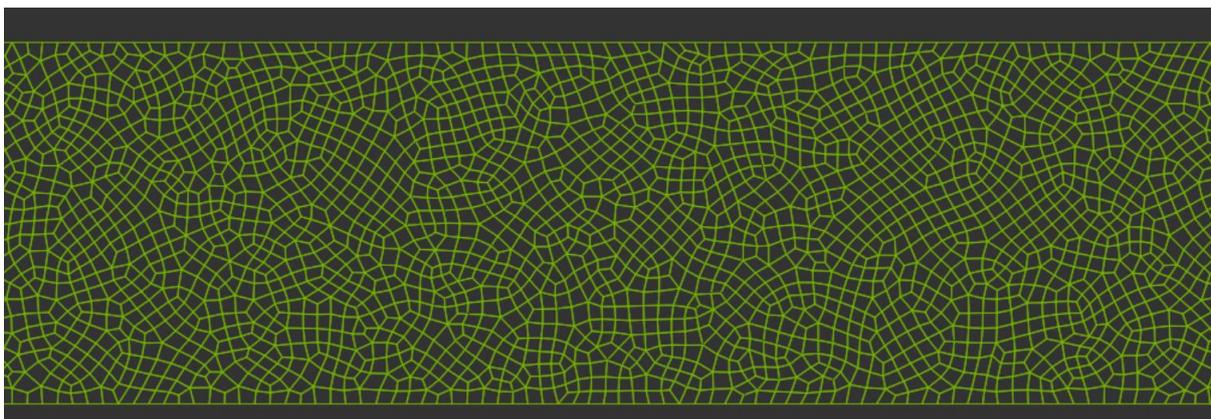
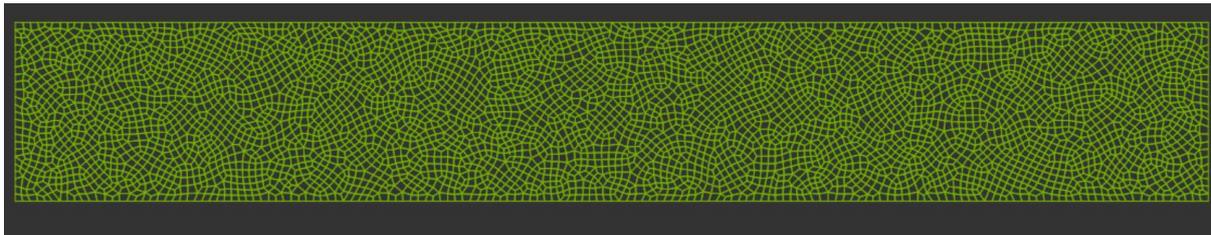
$M_y = 21.71 \text{ kN.m/m}$



$M_x = 15.21 \text{ kN.m/m}$

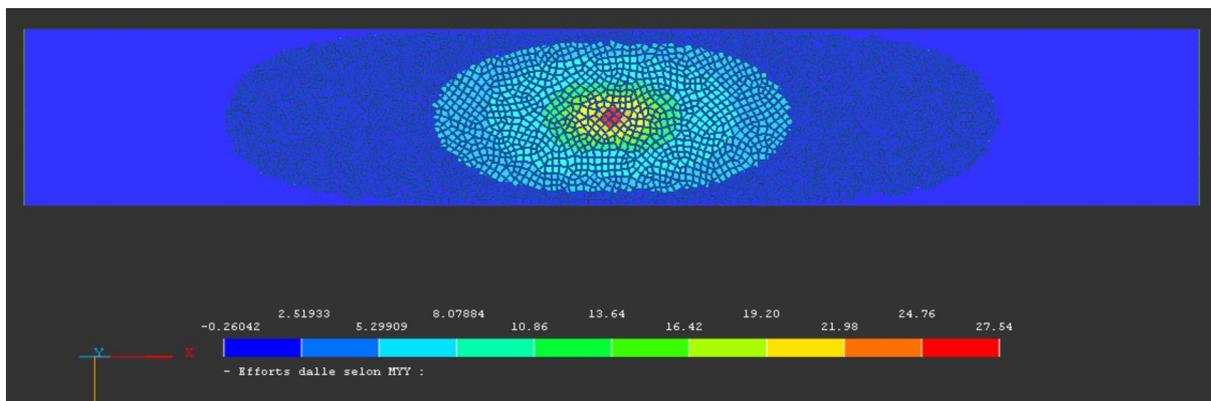


8.5 Charge répartie – maillage automatique $\approx 25 \times 25 \text{ cm}^2$

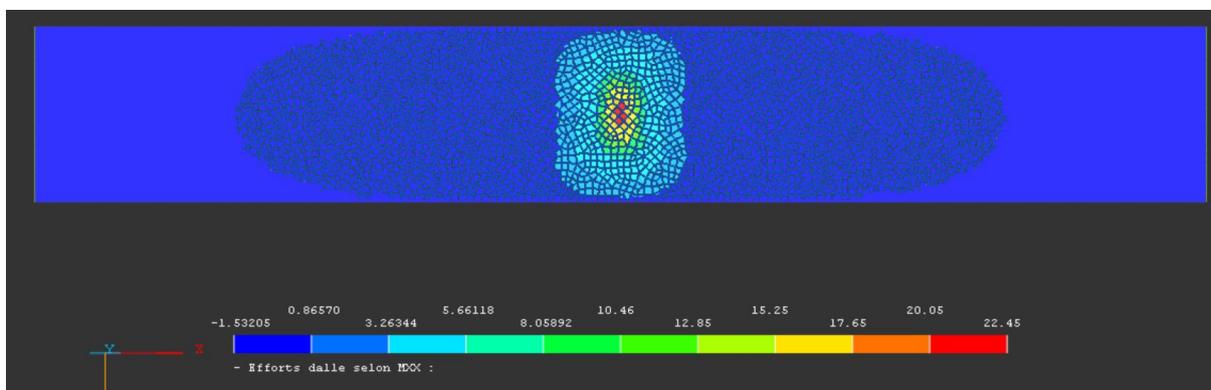


8.5.1 Sans lissage

$M_y = 27.54 \text{ kN.m/m}$ (pratiquement le même résultat qu'avec la maille carrée)



$M_x = 22.45 \text{ kN.m/m}$

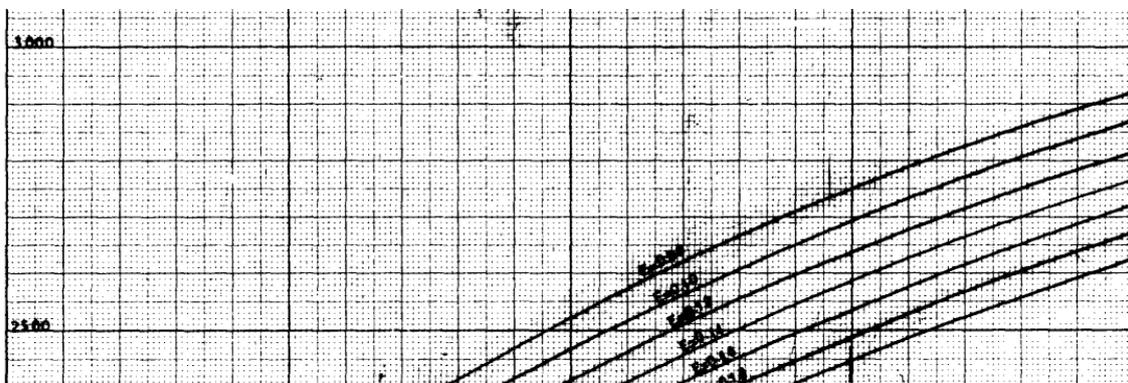
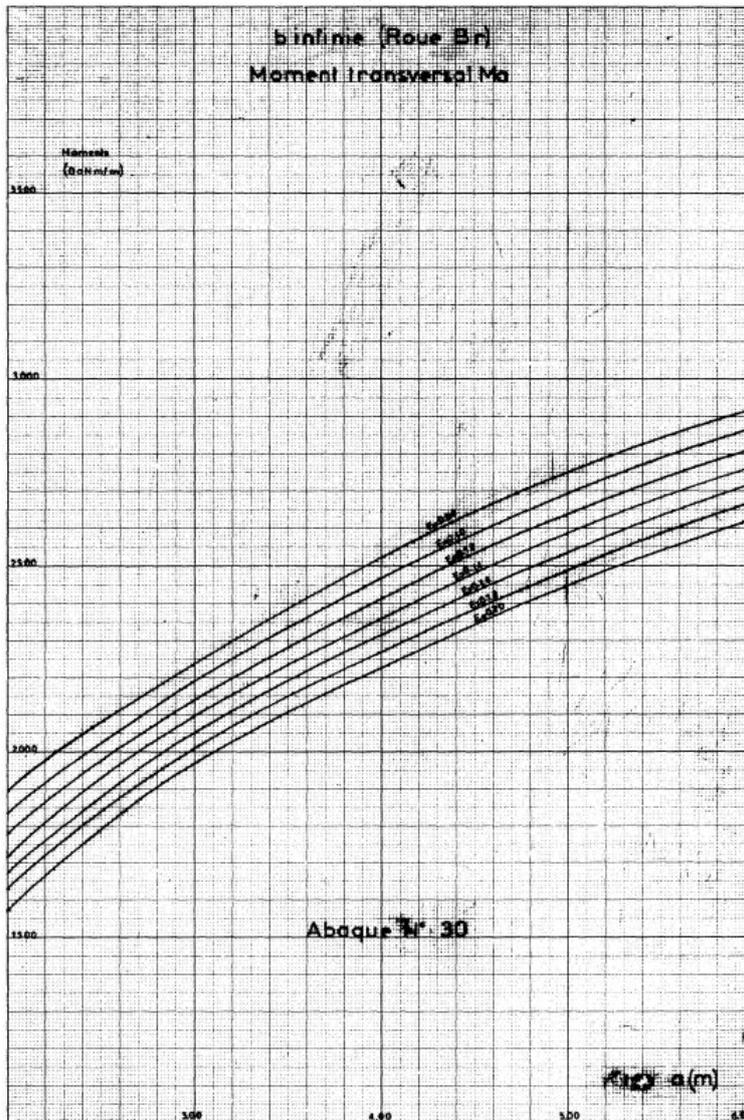


8.5.2 Avec lissage aux nœuds

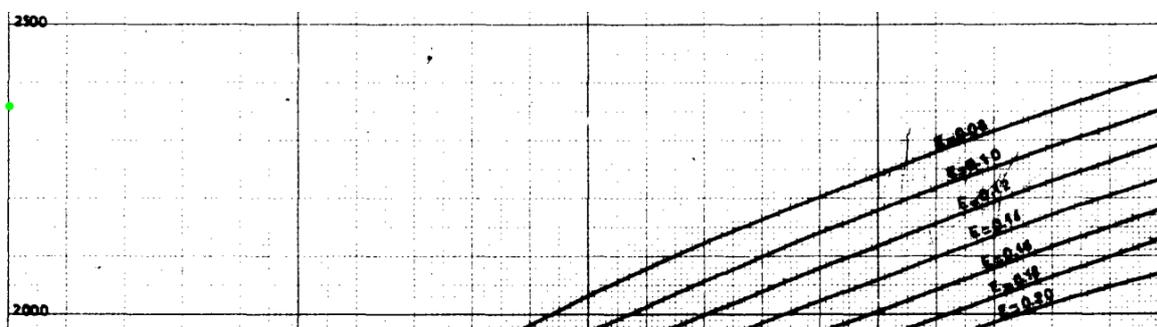
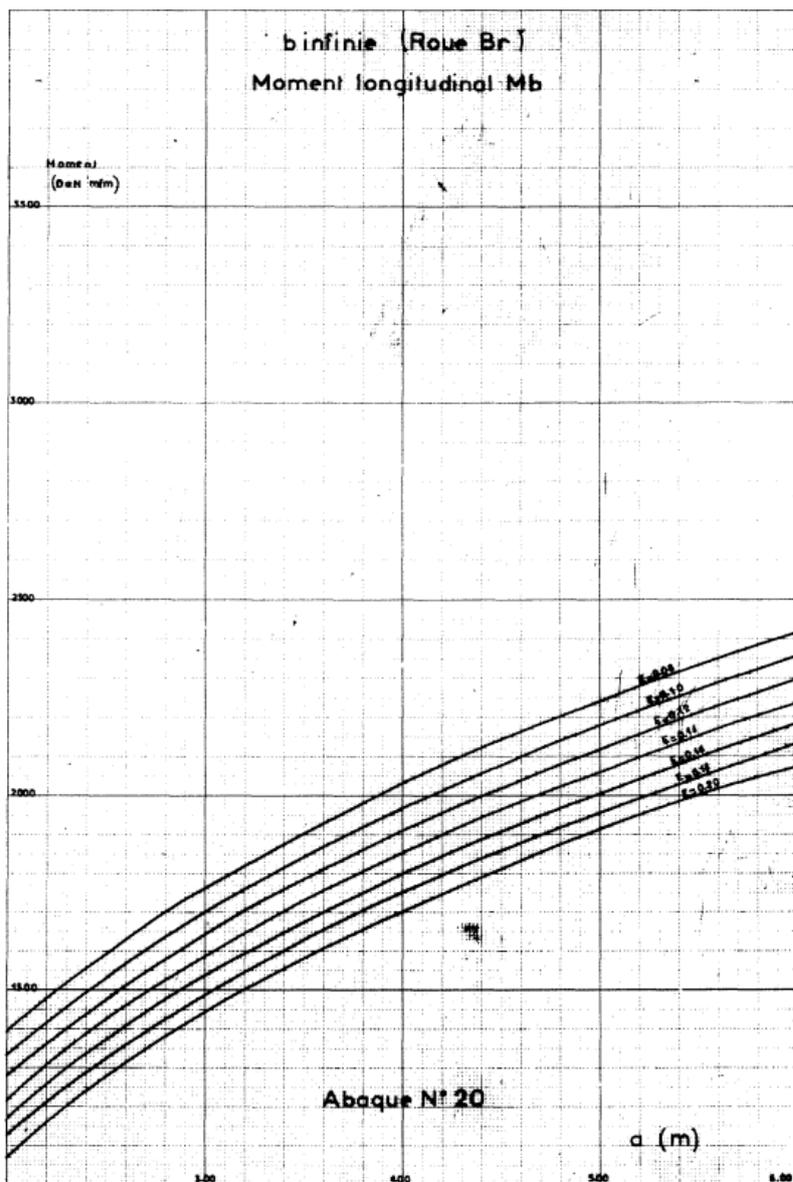
Mêmes valeurs de pic que sans lissage.

9 Annexe 7 – Abaques du Sétra – Bulletin technique n°1

- 45 -



M_a (transversal)=2870 t.m



Mb=2350 t.m

10 Annexe 8 – Abaques de Pücher

M =Valeur moyenne lue/ $8/\pi \cdot 100$ kN – cette méthode comprend une « certaine » marge d'erreur compte-tenu de ce chacun lit sur les courbes de niveau.

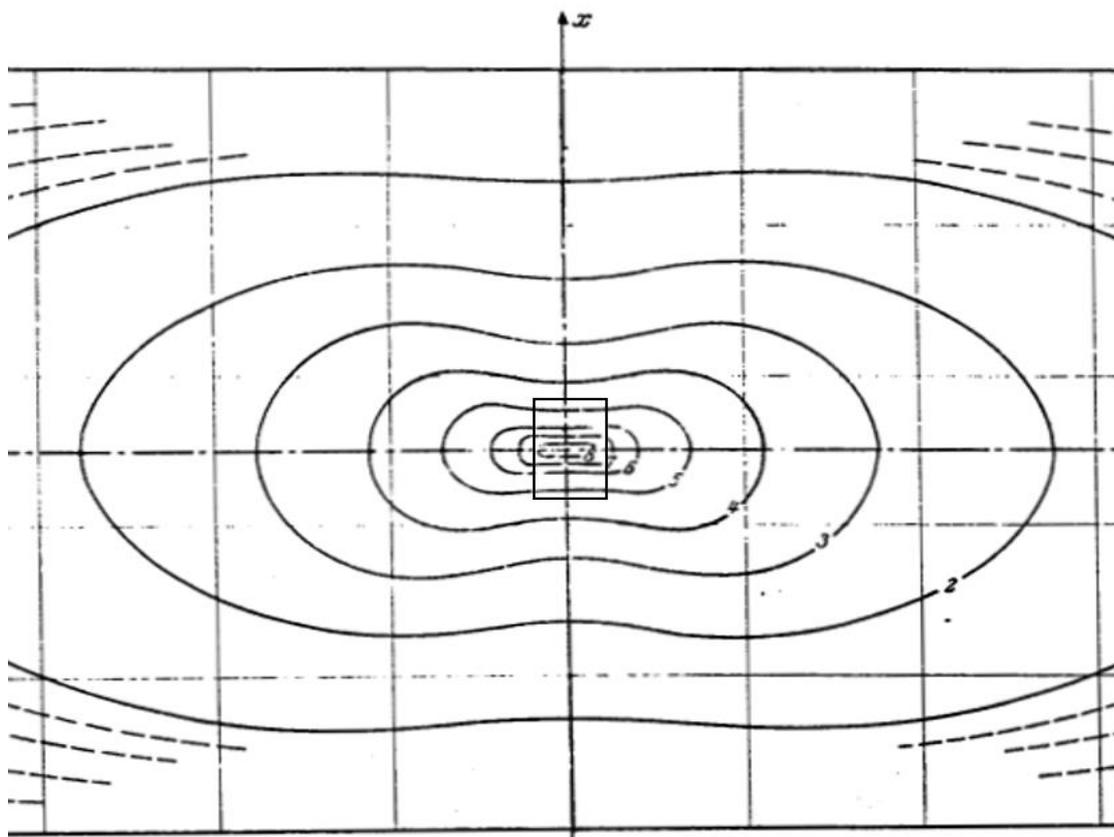
$$M_{xx}=M_x+vM_y \text{ et } M_{yy}=M_y+vM_x$$

Application numérique:

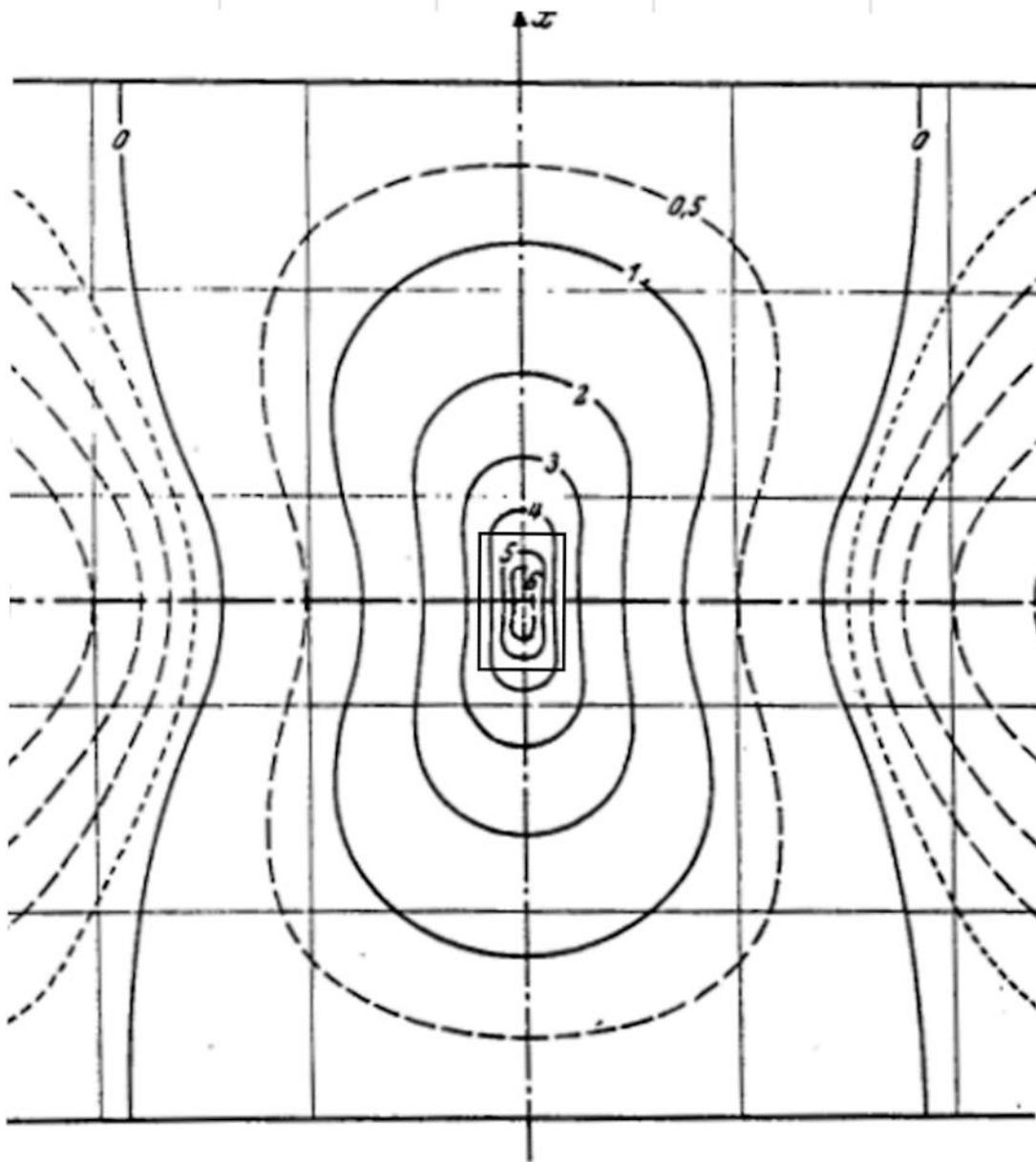
$$\text{On a } M_x \approx 24.3 \text{ kN.m/m } M_y \approx 19.9 \text{ kN.m/m}$$

$$\rightarrow M_{xx}=24.3+0.15 \times 19.9=27.3 \text{ kN.m/m}$$

$$\rightarrow M_{yy}=19.9+0.15 \times 24.3=23.5 \text{ kN.m/m}$$



Moment transversal (suivant x)



Moment longitudinal (suivant y)